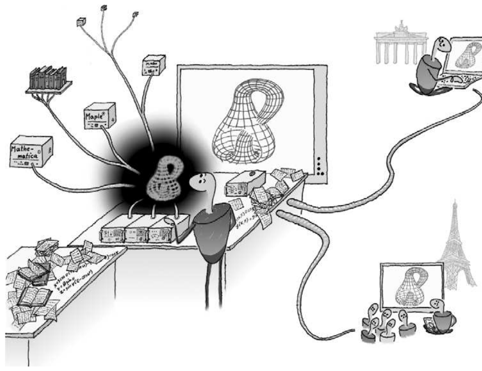

eLearning-, eTeaching- und eResearch-Technologien
Chancen und Potentiale für die Mathematik

von Sabina Jeschke, Michael Kohlhase und Ruedi Seiler

Mathematische Forschung wird durch die technologische Entwicklung unserer Gesellschaft, die sich insbesondere in der revolutionär anmutenden Steigerung mathematisch-numerischer Leistungsfähigkeit widerspiegelt, stark beeinflusst. Das Resultat ist ein Paradigmenwechsel in mathematischer Forschung ebenso wie in mathematischer Ausbildung: Neue Gebiete mathematischer Forschung und neue Wege mathematischer Forschungsmethodik entstehen, der intelligente und angemessene Einsatz der neuen Werkzeuge entlastet von aufwendigen Routine-Rechnungen, erfordert jedoch eine neuartige intellektuelle und mathematische Leistung. Der Einfluss der neuen Technologien bewirkt damit eine Neudefinition des mathematischen Kompetenzbegriffes und führt folgerichtig auf die Notwendigkeit von Veränderungen in der mathematischen Bildung und Ausbildung.
In diesem Artikel wollen wir den Stand der Technik von Systemen zur computerunterstützten Lehre und Forschung in der Mathematik diskutieren. Zentraler Anhaltspunkt in der Beurteilung ist dabei die Frage, inwieweit in solchen Systemen mathematische Inhalte und mathematisches Wissen explizit repräsentiert sind und im System flexibel manipuliert und vermittelt werden.

Mathematik und Wissensgesellschaft

Moderne Technologien bestimmen die weltweit rasant verlaufende Entwicklung von einer Industrie- zu einer Wissensgesellschaft. Unter den „Schlüsseltechnologien“ des Informations- und Kommunikationszeitalters kommt der Mathematik in mehrfacher Hinsicht eine besondere Bedeutung zu:

◦ *Technologische Bedeutung.* Hochentwickelte Computeralgebra- und Softwarepakete führen zu einer Revolution der mathematischen Modellierung, Simulation und Visualisierung komplexer Abläufe in Natur- und Ingenieurwissenschaften.

◦ *Wirtschaftliche Bedeutung.* Mathematik steuert – als zentrale Basis-Technologie aller angewandten technischen und naturwissenschaftlichen Forschung – maßgeblich die wirtschaftliche Entwicklung unserer modernen Gesellschaften. Immer mehr technische und soziale Prozesse (z. B. Börsen) werden modellierbar und damit steuerbar.

◦ *Gesellschaftliche Bedeutung.* Computer und Alltagselekronik, vom Bankautomaten bis hin zum Mobiltelefon, beherrschen Berufs- und Privatleben in zunehmendem Maße. Ohne ein rudimentäres Verständnis der mathematischen, physikalischen und informationstechnischen Grundlagen werden solche Geräte undurchschaubar und oft als Bedrohung empfunden.

◦ *Politische Bedeutung.* Politische Entscheidungen in einer hochtechnisierten Gesellschaft verlangen immer mehr mathematische, naturwissenschaftliche und technische Beurteilungsgrundlagen: Mathematisch-naturwissenschaftlich-technische Bildung wird die zentrale Voraussetzung für demokratische Partizipation und für die Akzeptanz politischer Entscheidungen.

Gleichungen lösen kann jeder –
Lösungen bewerten nur, wer versteht!

Es ist daher ein unmittelbares gesellschaftliches Anliegen, die mathematische Bildung weiter Bevölkerungsschichten auszubauen und dazu die klassische Mathematikausbildung um eLearning-Techniken zu erweitern, die mathematische Lernmöglichkeiten auch außerhalb der Schulen anbieten können.

Im Spannungsfeld der neuen Technologien hat sich auch die Mathematik als Disziplin selbst verändert:

Der Einfluss von Informations- und Kommunikationstechnologien erlaubt die Erforschung der Mathematik mit Methoden, die bisher den experimentellen Wissenschaftsrichtungen vorbehalten waren. So ist die „Experimentelle Mathematik“ entstanden und hat sich in kurzer Zeit zu einem wichtigen Teil der angewandten und abstrakten Mathematik entwickelt. Auch dieser Entwicklung gilt es in der Ausbildung der nächsten Generation von Mathematikern Rechnung zu tragen.

Mathematische Ausbildung

Mit den neuen Technologien und ihren ungeahnten Möglichkeiten hat sich der Kreis der Anwender und die Vielfalt der mathematischen Methoden in der beruflichen Praxis von Naturwissenschaftlern, Ingenieuren, Informatikern und Wirtschaftswissenschaftlern enorm vergrößert: Anspruchsvolle Algorithmen in schwer durchschaubaren Software-Applikationen kommen oftmals zum Einsatz, ohne dass diese verstanden werden oder verstanden werden können. Diese Situation könnte in der Praxis verheerende Folgen haben und erfordert dringend eine Ausbildung dieses Anwenderkreises, die auf ein grundsätzliches Verständnis und auf eine Bewertung der angewandten Methoden zielt.

Für den explosionsartig gewachsenen Anwenderkreis ist eine neue Lehre nötig

Damit ändern sich die Anforderungen an die mathematische Ausbildung:

◦ *Verständnisorientierung.* Im Fokus des „neuen“, mathematisch orientierten Kompetenzbegriffes steht die Entwicklung von Verständnis, Kenntnis der Zusammenhänge und eigenständiger Einsichten [17]. Diese Kompetenzen sind als solche keineswegs neu, sondern haben seit jeher die Ausbildung von Mathematikern charakterisiert – neu ist aber, dass diese Kompetenzen auch für die Ausbildung von Ingenieuren und Informatikern gefordert werden müssen. So entlastet zwar der intelligente und angemessene Einsatz der neuen Werkzeuge von aufwendigen Routine-Rechnungen und erlaubt eine Konzentration auf die mathematischen Inhalte, er zieht allerdings eine tiefgreifende Veränderung der universitären Lehre nach sich.

◦ *Lebenslanges, selbständiges Lernen.* Durch den rasanten Wissenszuwachs in immer kürzeren Zyklen erweist sich das klassische „knowledge at disposal“ (Lernen auf Vorrat) als alleiniges Lernmodell als nicht mehr zeitgemäß; wegen der enormen Wissensmenge – die neuen Technologien machen auch den praktischen Einsatz von „Halbwissen“ möglich! – ist es vielfach nicht mehr praktikabel. Lehr-, Lernmethoden und -techniken müssen auf den notwendigen Prozess des „lebenslangen Lernens“ vorbereiten und ihn langfristig unterstützen. Die Förderung von Eigeninitiative, Flexibilität und Neugierde spielt dabei eine zentrale Rolle.

◦ *Interdisziplinarität und „soft skills“.* Schließlich nehmen interdisziplinäre Fragestellungen und Kooperationen einen immer wichtigeren Raum ein und damit spielen auch interdisziplinäres Kommunikationsvermögen und Teamfähigkeit eine größere Rolle. Die vielzitierten „soft skills“, neben den kommunikativen und kooperativen insbesondere Kreativität, Innovationsfähigkeit, ganzheitliches Denkvermögen und fortwährende Lernbereitschaft, werden zu einer zentralen Voraussetzung erfolgreicher mathematischer Praxis. Für Mathematiker ist dies oft besonders schwierig. Sie sind daran gewöhnt, am Ende einer Arbeit alles im Einzelnen zu verstehen. Sich auf einen Arbeitsstil einlassen zu müssen, bei dem wichtige Teile oft nur noch von den jungen Mitarbeitern beherrscht werden, fällt schwer!

Mit der Veränderung der Anforderungen in der mathematischen Ausbildung nimmt der multimediale Zugang zu Information einen immer größeren Stellenwert in unserer Gesellschaft ein und erlaubt sowohl die Integration von IT-Technologien in klassische Unterrichtsszenarien als auch die Vermittlung mathematischen Wissens außerhalb der üblichen Kanäle. Solche computerunterstützten Lern- und Lehrformen – wir sprechen von „eLearning“ oder „eTeaching“ – haben das Potential, den Erwerb der notwendigen mathematischen Kompetenzen maßgeblich zu unterstützen und zu verbessern. Sie ermöglichen neue Zugänge zum Wissensgebiet Mathematik, insbesondere durch Visualisierung abstrakter Konzepte, die komplexe Darstellung vielfältig vernetzter Zusammenhänge und ihre Fähigkeit, mathematische Modelle in Experimentierszenarien in ihren realen Kontext einzubetten. Darüber hinaus versprechen sie die oben geforderte aktive, eigengesteuerte Auseinandersetzung mit der mathematischen Materie, sie unterstützen einen nicht-linearen Lernprozess und stellen den kooperativen und kommunikativen Umgang mit dem Wissen in den Vordergrund.

Natürlich ist im Prinzip der Nutzen von eLearning- und eTeaching-Systemen nicht auf die klassische (schulische) Ausbildungssituation beschränkt, sondern kann auch auf die Forschung erweitert werden: Forschung ist eine spezielle Form des (selbstvermittelten) Lernens und kollaborative Forschung stützt sich auf die fortwährende Vermittlung von Wissensinkrementen. Schließlich lässt sich die universitäre Ausbildung als ein gradueller Übergang von schulartiger

Lehre zur Forschung charakterisieren. Wir verallgemeinern daher die Begriffe „eLearning“ und „eTeaching“ um den Aspekt des „eResearch“ und sprechen summarisch von eLTR-Technologien.

Ihre strenge Strukturierung macht Mathematik zum besonders geeigneten Studiengebiet für die Lehr- und Lernforschung

Die eLTR-Technologien präsentieren sich in einer spannenden Doppelrolle: sie sind einerseits Ursache weitreichender Veränderungen in der Wissensgesellschaft und andererseits gleichzeitig Methode zur Bewältigung derselben. Dabei bietet sich die Mathematik als Erprobungsgebiet für diese neuen Techniken besonders an, da die mathematische Ausbildung und Kommunikation seit jeher die oben geforderte Verständnisorientierung in den Vordergrund stellt und das Wissen im Gebiet so gut konzeptualisiert und formalisiert ist, dass seine Strukturen in Software-Systemen explizit verwaltet und zur Wissensvermittlung verwendet werden können.

Das Potential der eLTR-Technologien

Die eLTR-Technologien bieten eine Vielfalt von Möglichkeiten an, mathematische Kompetenz in origineller und interessanter Weise zu vermitteln oder interaktiv selbst zu erwerben.

Experimentierszenarien. Experimentelles Lernen gilt seit Johann Heinrich Pestalozzi als eine der besten Formen des Lernens. Aktives Einbeziehen der Lernenden in den Lernprozess durch Simulationen sichert Lernerfolg schneller und insbesondere nachhaltiger ab. Die eLTR-Technologien bieten die Grundlage für einen neuartigen Zugang zu einer universitären, mathematischen Ausbildung, in dem das mathematische Experiment im Mittelpunkt steht. Experimentelles Lernen in der Mathematik beginnt mit interaktiven Visualisierungen zu einzelnen Wissensbausteinen und reicht über Simulationen in praxisnaher Umgebung hin zur Durchführung komplexer Projekte in „Virtuellen Laboren“. Virtuelle Labore ermöglichen mathematische Modellierung im Sachkontext, fungieren also als „Bindeglied“ zwischen abstrakter Mathematik und ihrer konkreten Anwendung.

Visualisierung. Visualisierungen mathematischer Inhalte spielen eine zentrale Rolle: die Visualisierung abstrakter Sachverhalte trägt maßgeblich zu einem tieferen Verständnis mathematischer Konzepte bei. Der Einsatz von Visualisierungen ist nicht auf die bloße Verdeutlichung von mathematisch-naturwissenschaftlichen Daten und Fakten beschränkt, sondern erlaubt die Darstellung der strukturellen Eigenschaften von Objekten und Methoden. Räumliches Denkvermögen und visuelle Vorstellungskraft werden trainiert. Visualisierungen fördern insbesondere bei Anfängern die Motivation, weil sie eine *schnelle* erste Anschauung eines bis dahin unbekannten Gegenstandes ermöglichen. Schließlich rücken mit den graphischen Darstellungen auch ästhetische Gesichtspunkte in den Vordergrund.

Unterstützung explorativen Lernens. Im Gegensatz zum repositorischen Lernen hat der Lernende beim explorativen (entdeckenden) Lernen die Möglichkeit, sich frei im Wissensraum zu bewegen: Es wird keine Reihenfolge der Wissenseinheiten vorgegeben, was dem Wesen eines Hypertextes entspricht. Der Fokus liegt auf der selbständigen Erschließung des Stoffes. Exploratives Lernen setzt die Übersicht über die zur Verfügung stehenden Wissenseinheiten voraus. Unterstützung explorativen Lernens bedeutet also insbesondere Entwicklung geeigneter Navigationsstrukturen sowie Darstellungstechniken von Struktur und Anordnung der Wissenseinheiten.

Adaption an individuelle Lernprozesse. Die Unterstützung unterschiedlicher Lernstile (ebenso wie Adaption an unterschiedliche Interessensgebiete, unterschiedliche Studienrichtungen etc.) ist ein herausragendes Potential beim Einsatz multimedialer Technologien in der Lehre. Die Realisierung dieses Anspruches verlangt nicht nur eine genaue Analyse der verschiedenen individuellen Verständnisprozesse für das Gebiet der Mathematik, sondern auch die Entwicklung einer breiten Auswahl an Inhaltsbausteinen, intelligenten Auswahlwerkzeugen und die Implementation verschiedenartiger Lernszenarien für denselben Unterrichtsgegenstand.

Schönheit und Faszination. Mathematik ist mehr als ein Unterrichtsfach, eine Studienrichtung, ein Mittel zu technologischem Fortschritt – Mathematik ist universelles Kulturgut und von einem tiefen inneren Schönheitssinn geprägt. Viele Menschen haben

Abbildung 1. Faszination Mathematik (Mandelbrotmenge)

jedoch eine Haltung gegenüber der Mathematik aufgebaut, die von Desinteresse bis zu grenzenloser Abneigung reicht [8] – zwar ist der praktisch-technische Nutzen der Mathematik unbestritten, ihre kulturelle Bedeutung und ihre Ästhetik hingegen wird ignoriert. Neue Medien eignen sich in einzigartiger Weise, die Schönheit und Faszination, die Mathematik ausstrahlen kann, zu vermitteln – interaktive Computergrafiken etwa faszinieren auch mathematische Laien – und ermöglichen damit eine gesellschaftliche „Öffnung der Mathematik“.

In diesem Kontext soll jedoch auch einem Irrglauben widersprochen werden: eLTR-Technologien sind weder dazu geschaffen noch dazu geeignet, den Präsenzunterricht zu ersetzen. Für einen erfolgreichen Lehr- und Lernprozess ist der soziale Kontakt von zentraler Bedeutung – eine Lehrform, die diese Erkenntnis nicht ausreichend berücksichtigt, ist zum Scheitern verurteilt. Vielmehr muss es um die *Ergänzung* des Präsenzunterrichtes gehen: Durch die Bereitstellung hochwertiger multimedialer Wissensbausteine und virtueller Lernumgebungen wird der Lehrende in die Lage versetzt, ein erhöhtes Gewicht auf die Moderation des Unterrichts und auf die Steuerung der sozialen, kommunikativen und koordinativen Prozesse zu legen. Der Ansatz des „blended learning“ bezeichnet gerade solche Lehr-/Lernkonzepte, die eine didaktisch sinnvolle Verknüpfung der erprobten, traditionellen Lehr- und Lernformen mit den neuen Medien und Technologien anstreben.

Ein anderer Irrglauben ist, dass sich das WWW und darauf agierende, immer mächtiger werdende Suchmaschinen allein bereits eine ausreichende Lehr-Lernplattform für die Mathematik darstellen. Suchmaschinen wie *Google* sind heute ein zentrales Mittel zur Beschaffung insbesondere auch von (Fach-)Informationen. Die inhaltliche Nutzung des Internet-Informationsraums eignet sich insbesondere für Team- und Projektarbeit, zu Vor- und Nachbereitungen und zur Vertiefung individueller Interessen. Die Nutzung des WWW erlaubt insbesondere, Visualisierungen oder Simulationen zu verwenden, die von anderen Lehrern und Wissenschaftlern entwickelt wurden (Abb. 2)

Allerdings ist im Gegensatz etwa zu Lehrbüchern, in denen Qualitätssicherung durch Refereesysteme, Lektoren oder vergleichbare Mechanismen weitgehend sichergestellt werden kann, die Einschätzung der Qualität im Internet allein dem Nutzer überlassen. Dies stellt im Allgemeinen kein Problem für einen „Spezialisten“ dar, der die Qualität aufgrund fachlicher Korrektheit einschätzen kann, wohl aber für einen Lernenden im Anfängerstadium, der genau diese Möglichkeit nicht hat, sondern erst geeignet angeleitet werden muss [9].

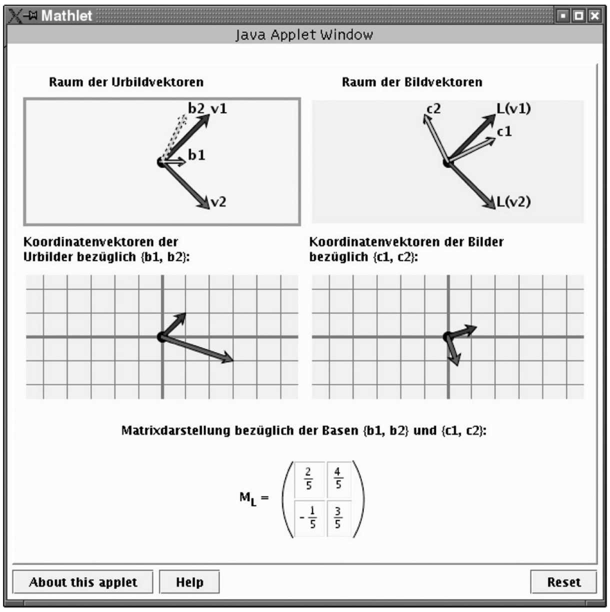

Abbildung 2. Lineare Abbildung, Basis und darstellende Matrix

Die Entwicklung qualitativ hochwertiger multimedialer Lehrmaterialien setzt nicht nur fachliche sondern auch technische Kompetenzen voraus. Zudem ist der Aufwand der Entwicklung qualitativ hochwertiger multimedialer Lehrmaterialien äußerst hoch.

Mathematik und eLearning

Nach dieser Skizze der Chancen und Potentiale neuer Medien in der mathematischen Ausbildung richten wir unseren Blick nun auf die eLearning-Technologien selbst.

Zunächst einmal sind nicht alle eLTR-Entwicklungen als gleichermaßen zielführend zu bewerten: viele der sog. „First Generation“-Konzepte unterstützen gerade nicht den eigentlichen Lern- und Verständnisprozess; vielmehr wird der Zugriff auf Wissensbestände mit der Aneignung von Wissen gleichgesetzt ([7]); sog. Lehrplattformen sind vielfach lediglich fachspezifische Dokumenten-Management-Systeme, die zusätzlich bestimmte Organisationsabläufe in Ausbildungseinrichtungen unterstützen. Fehlende Granularität und statische typographische Objekte – in Kombination mit monolithischem Softwaredesign – lassen eine Realisierung selbstgesteuerten, konstruktivistischen Lernens und (Er-)Forschens nicht zu, weil die Materialien nicht für freies Interagieren und Experimentieren zur Verfügung stehen. Dazu kommen unzureichende pädagogische Konzepte: so groß die Zahl an eLearning-Materialien, eLearning-Plattformen und eLearning-Initiativen auch ist, so gering ist derzeit die systematische Erforschung und Erprobung sinnvoller eLearning-Konzepte, insbesondere für einen fächerspezifischen Einsatz.

Die erste Generation der eLearning-Technologie umfasst vor allem die Bereitstellung und Verteilung von organisatorischen Informationen und statischen Lehr-Dokumenten. Klassische eLearning-Plattformen (etwa WebCT, Blackboard und Clix) sind im wesentlichen Dokumenten-Management-Systeme, die zusätzlich bestimmte Organisationsabläufe in Ausbildungseinrichtungen unterstützen. Systeme der ersten Generation werden heute nahezu weltweit in Schulen und Universitäten eingesetzt, meistens aber nicht durchgängig genutzt.

Interaktivität, Interoperabilität, Wiederbenutzbarkeit und Flexibilität der Inhaltskomponenten sowie User-Adaptivität sind die Herausforderungen der nächsten Generation von eLTR-Systemen, aber auch die Chancen.

Next Generation eLTR-Technologien ermöglichen durch eine *explizite Repräsentation* mathematischen *Wissens* hochgradig interaktive, adaptive Lehrmaterialien, die Realisierung explorativer Lehr- und Lernszenarien, multimediale Unterstützung kommunikativer und kooperativer Lehr- und Arbeitsprozesse und die Möglichkeit zur aktiven Bearbeitung und Veränderung multimedialer Objekte (vom „statischen Objekt" zum „dynamischen Prozess"). Wissensrepräsentationstechniken erlauben die systematische Trennung der didaktischen Methoden von Lerninhalten und vereinfachen die Erweiterung auf neue Gebiete. Eine zukünftige Standardisierung der Wissensrepräsentation erlaubt die Vernetzung verschiedener Einzelkomponenten zu komplexen eLearning-Netzen.
„Next Generation"-Systeme sind heute noch weitgehend im Prototypstadium, ihr Einsatz in der Lehre noch die Ausnahme – gerade hier entfaltet sich aber erst das eigentliche Potential der neuen Medien in der Ausbildung.

Wir wenden uns nun der Beschreibung ausgewählter Beispiele zu; wir wollen dabei von Softwarekomponenten für die Mathematik zu integrierten Lernplattformen vorstoßen.

Mathematische eLTR-Komponenten

Computeralgebrasysteme (CAS) und numerische Software. CAS sind Systeme, die mathematische Objekte als Formeln repräsentieren und diese symbolisch manipulieren. Sie können in der Regel Terme umformen, Gleichungen und Gleichungssysteme lösen, differenzieren, integrieren, Taylorreihen bilden, Differentialgleichungen lösen, 2D- und 3D-Graphen plotten und vieles mehr. Numerische Systeme leisten ähnliche Dienste, stützen sich aber auf quantitative statt symbolisch exakte Verfahren. Beide ermöglichen sie die Visualisierung mathematischer Konzepte, die an der Tafel nicht oder nur sehr eingeschränkt möglich sind. Es existiert inzwischen eine ganze Reihe geeigneter Softwarepakete, die sich in ihrer Mächtigkeit, Kosten, Integrationsfähigkeit mit anderen Anwendungen etc. teilweise erheblich unterscheiden [3].
Solche Tools arbeiten zunächst als „black boxes" – sie verändern damit nicht nur den Unterricht, sie vermitteln (und erfordern) auch eine neue Art der naturwissenschaftlicher Kompetenz, die der nötigen kritischen Betrachtungsweise nämlich.

Dynamische Mathematik-Software. Sie umfasst graphische Systeme, die es erlauben, symbolische Repräsentationen z. B. geometrischer Objekte zu visualisieren und direkt zu manipulieren. Systeme, wie beispielsweise das Geometriepaket CINDERELLA [15], werden bereits heute in vielen Schulen zur experimentellen Erforschung der Geometrie durch den Lernenden eingesetzt. In CINDERELLA können geometrische Zusammenhänge einfach konstruiert und visualisiert werden – sie sind nicht nur sichtbar, sondern bleiben auch *nach* ihrer Konstruktion als Simulation interaktiv erfahrbar und veränderbar: Durch die Verschiebung der Konstruktionspunkte in der Visualisierung kann der Schüler geometrische Parameter verändern und so wesentliche Effekte beobachten.

Systeme wie CINDERELLA bieten auch Unterstützung für die Lehrenden; mit dem integrierten Autorensystem können Konstruktionsbeispiele, Animationen, interaktive Übungsaufgaben mit Lösungskontrolle sowie Simulationen direkt als WWW-Seiten oder Java-Applets exportiert werden. Dadurch wird die einfache Erstellung von Lehr-/Lernmaterial unterstützt, von einzelnen Webseiten über CD-ROM-Applikationen bis hin zu kompletten Websites. Einen etwas allgemeineren Ansatz verfolgt das Projekt OORANGE [18].

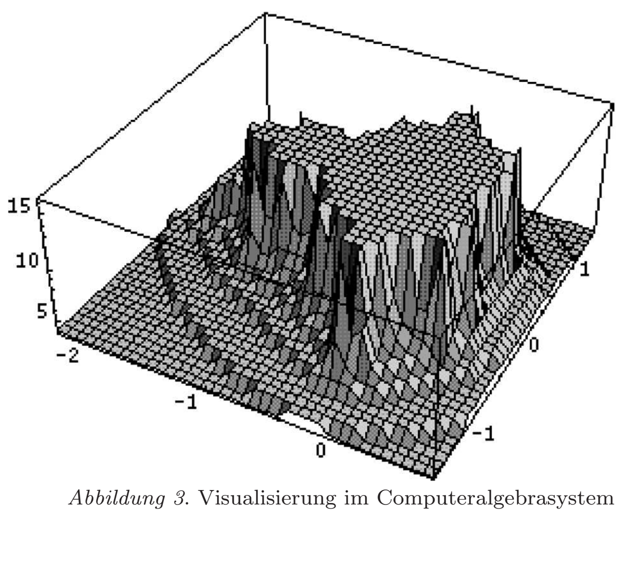

Abbildung 3. Visualisierung im Computeralgebrasystem

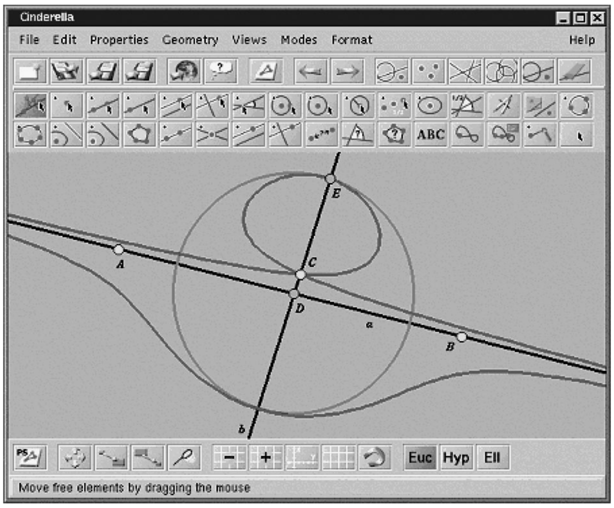

Abbildung 4. Direkte Manipulation im Geometriepaket

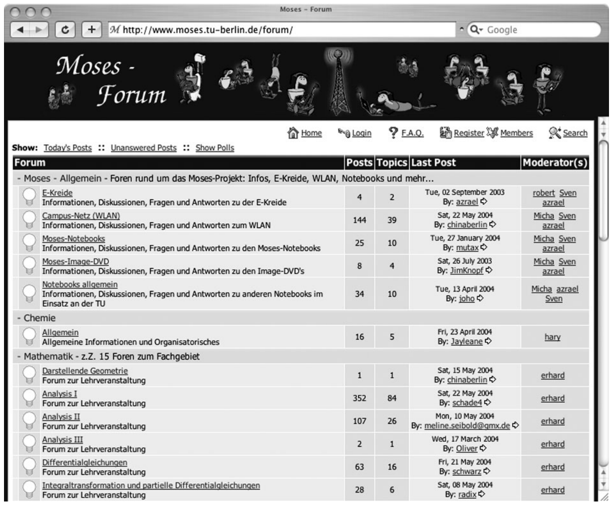

Abbildung 5. „Moses“-Forum für Mathematik, TU Berlin

Es bietet eine graphische Java-Umgebung zur effektiven Erstellung virtueller Laboratorien. Parametereinstellungen können im Betrieb (runtime) inspiziert und verändert werden. Ein Student muss nicht mehr vertröstet werden mit der Antwort „ich zeige ihnen dies dann nächste Woche, wenn ich das Programm auf ihre Frage hin abgeändert habe“, sondern es kann sofort reagiert werden.

Interaktive Übungsumgebungen. Dies sind interaktive Trainingsumgebungen mit automatisierten Übungen. Deutlich über das Konzept von Multiple Choice hinauszugehen, ist kaum je gelungen. Ansätze sind da, z. B. das System Mathnet, das am Technion in Haifa von Ron Aharoni und Lydia Peres konzipiert und entwickelt wurde und dort bereits erfolgreich praktisch eingesetzt wird. Es folgt dem interessanten didaktischen Prinzip „Gib mir ein Beispiel für …“. Das vom Lernenden selbst formulierte Ergebnis wird dann von einem Rechner, der im Hintergrund läuft, geprüft. Einen ähnlichen Ansatz verfolgt auch das bekannte Softwareprodukt Maple.

Virtuelle Kommunikations- und Kooperationsumgebungen. Sie erlauben räumlich und zeitlich flexible, synchrone oder asynchrone Kommunikation. Email, Chat, Foren, *online* Konferenztechnologien und Videoübertragungen ermöglichen verteilte Lehr- und Interaktionsszenarien. Der Einsatz für das Gebiet der Mathematik wird allerdings heute noch durch die unzureichende Unterstützung der Notation mathematischer Formeln erschwert. Die Basistechnologie MathML [2] (Mathematik im Web in LaTeX-Qualität) und OpenMath [1] (inhaltsorientierte Repräsentation mathematischer Formeln) sind vorhanden, haben sich aber in der Praxis noch nicht ausreichend durchgesetzt.

Virtuelle Kooperationsumgebungen sind auf Kooperationsförderung (unter Lernenden bzw. zwischen Lernenden und Lehrenden) ausgelegt; sie erlauben die Einrichtung kooperativer virtueller „Räume“ mit gemeinsamer Datenerzeugung, -modifikation und -ablage unter Verwendung verschiedener Kommunikationsstrategien. Solche Team-orientierten Umgebungen (z. B. die Systeme „Moses“-Forum [11], Abb. 5 oder „sTeam“ [10], Abb. 6) sind derzeit noch im Prototyp-Stadium, weil die notwendige Integration verschiedener Software, Dokumentenformate etc. eine außerordentlich komplexe technische Aufgabe darstellt.

Elektronische Tafelsysteme. Bei dem elektronischen Tafelsystem „eKreide“ [6] (vgl. Abb. 7) wird mit einem elektronischen Stift an einer elektronischen Tafel geschrieben, statt mit Kreide an einer herkömmlichen. Das vollständige Tafelbild wird aufgezeichnet, optional auch mit Audio- und/oder Video-Mitschnitt, so dass eine Komplett-Aufzeichnung des Unterrichts entsteht, die jederzeit wiedergegeben werden kann.

Das für die Mathematikvermittlung bemerkenswerte ist jedoch, dass eKreide über diverse Integrationsmechanismen von externen Materialien und über Schnittstellen zu verschiedener fachspezifischer Software verfügt. So können etwa Applets incl. ihrer Funktionalitäten eingebunden werden, handschriftliche Aufrufe an Computeralgebrasysteme formuliert und die von ihnen gelieferten Ergebnisse zum Bestandteil des Tafelbildes werden (in Entwicklung). Auf diese Weise wird nicht nur der Einsatz solcher Systeme demonstriert, er findet auch ohne „Medienbrüche“ statt.

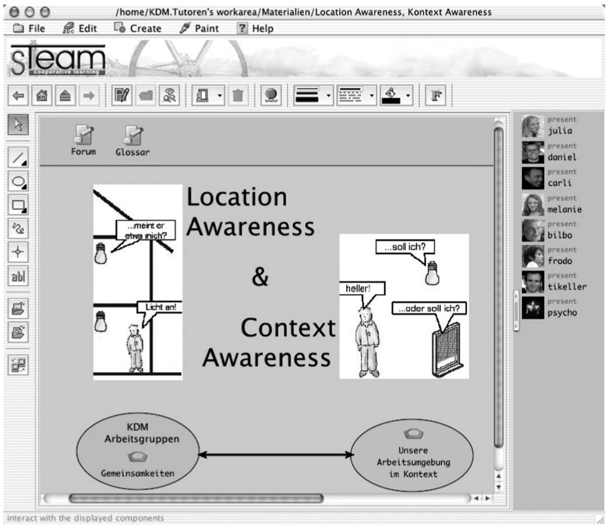

Abbildung 6. Kooperation in „sTeam", Uni Paderborn

Abbildung 7. Das elektronische Tafelsystem eKreide

Integrierte eLTR-Plattformen für die Mathematik

Während wir uns im letzten Abschnitt auf Mathematik-spezifische eLTR-Komponenten konzentriert haben, wollen wir jetzt drei mathematische Lernplattformen besprechen. Alle drei Systeme beruhen auf einer strukturierten, XML-basierten Repräsentation des zugrundeliegenden Wissens in kleinen Wissensbausteinen (Wissensmodulen), die vom System flexibel kombiniert und mit eLTR-Komponenten, wie den oben beschriebenen, verarbeitet werden können.

Das Connexions-System [5] der Rice University (USA) besteht im Wesentlichen aus einem mächtigen Content-Management-System für inhaltsorientierte mathematische Wissensbausteine, die computerunterstützt zu Kursmaterialien zusammengesetzt werden können. Ein Schwerpunkt des Systems ist die Wiederverwendbarkeit der Kursmodule in variierenden Kontexten. Daher werden Struktur und Inhalt mathematischer Formeln in den Moduln so explizit gemacht (im Content-MathML-Format [2]), dass sie kontextabhängig präsentiert werden können. Beispielsweise kann für Ingenieure die komplexe Einheit als j dargestellt werden, während sie für Mathematikstudenten als i geschrieben wird. Ausgabe sind die Web-Formate `html` und Presentation `MathML` (Web-Mathematik in LaTeX-Qualität [2]), sodass Kursmaterialien in Standard-Browsern (Mozilla oder Internet Explorer) abgerufen werden können, selbst wenn sie mathematische Formeln enthalten. Spezielle Browser-PlugIns unterstützen Lehrende und Lernende bei der Navigation im Wissensraum, beim Einfügen von Querverweisen, bei der Kurskomposition und bei der Annotation von Kursmaterialien.

Obwohl das Connexions-System noch im (späten) Prototypstadium ist, wird es bereits international eingesetzt und enthält mehrere tausend Kursmodule von Themen wie Laplace-Transformation über Signalverarbeitung bis hin zu Musiktheorie. Durch die Verwendung von „Open Content"-Lizenzen [4] für die Kursinhalte und von Open Source-Lizenzen für die Software zieht das Connexions-Projekt eine wachsende Gemeinschaft von Mit-Autoren an.

Im Projekt „Mumie" [12] liegt bei ähnlicher Grundarchitektur der Schwerpunkt auf der Unterstützung multipler Lernszenarien: Mathematische Objekte und Methoden werden in individuellen Lerneinheiten mittels multimedialer Darstellungskonzepte durch Kombination von Texten mit Visualisierungen und explorativen Umgebungen präsentiert (Content-Szenario). Diese inhaltliche Präsentation wird durch Bereiche ergänzt, in denen die eigenständige Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten im Vordergrund steht (Practice-Szenario). Die Gegenstände der Mathematik werden losgelöst vom Kurs-Kontext sowohl lexikographisch wie auch hinsichtlich übergreifender innerfachlicher Zusammenhänge dargestellt (Retrieval-Szenario).

„Wissensbausteine" werden zu „Wissensnetzen" komponiert und die Bezüge zwischen ihnen explizit repräsentiert. Mathematische Strukturen sind damit Grundlage des Navigationskonzeptes: Der Nicht-Linearität mathematischen Wissens wird durch sog. „Navigationsnetze" Rechnung getragen, Anwählen („click") von Inhaltsobjekten ist Navigation „in der Mathematik". Navigationsstrukturen sind nicht länger reduziert auf ihre funktionale Bedeutung, sondern werden auf diese Weise selbst zum Träger mathematischer Inhalte.

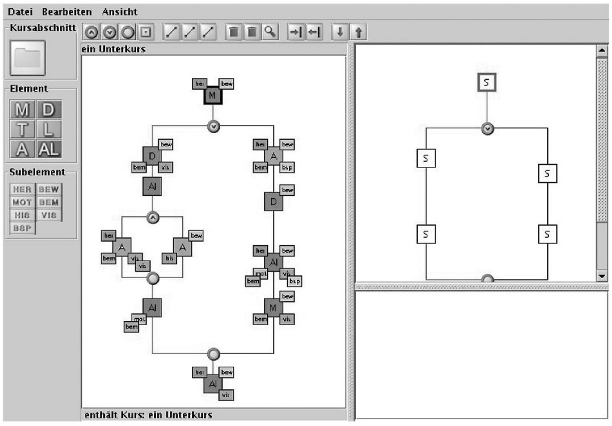

Abbildung 8. CourseCreator der „Mumie“-Plattform: Komposition von Elementen zu Kursen

Das ActiveMath-Projekt [16] am DFKI Saarbrücken geht noch weiter in diese Richtung. Es baut auf das mathematische Wissensrepräsentationsformat OMDoc (Open Mathematical Documents [14]) auf, das die „Mumie“ und Connexions-Formate verallgemeinert und um Infrastruktur für die Repräsentation von Beweisen, Notationen, Theoriekontexten und Abhängigkeitrelationen erweitert. Schwerpunkt in dieser Lehr/Lernplattform ist die Benutzeradaptivität. Wie in Connexions und „Mumie“ werden die Präsentationen bedarfsorientiert generiert, aber in ActiveMath wird darin Funktionalität zur Überwachung der Benutzeraktivitäten eingebettet, die dem System eine Modellierung des Lernfortschritts erlauben. Die Präferenzen und die vom System ermittelte Fachkompetenz werden dann wieder in die Generierung der Kursmaterialien einbezogen. Zusammen mit der extrem feingranularen Modellierung mathematischen Wissens im OMDoc-Format lässt sich so die Kursgenerierung automatisieren und auf den Benutzer sowie das Lernszenario zuschneiden. Die so ins System eingebaute Rückkopplungsschleife erlaubt Funktionalitäten, die sonst nur kognitiven Tutorsystemen, wie dem „CMU Algebra Tutor“ [13] vorbehalten waren.

Allen drei Systemen ist gemeinsam, dass sie im Gegensatz zu den kognitiven Tutorsystemen die Repräsentation mathematischen Wissens strikt von didaktischem Wissen und Präsentation bzw. Multimediafunktionalität trennen. Dadurch reicht es aus, dass der Autor sein jeweiliges (mathematisches) Fachwissen samt dessen Struktur repräsentiert (schon dies ist eine nichttriviale Aufgabe) und in die Lehrplattform einspeist, ohne auch noch das eLTR-System selbst anpassen zu müssen. Nur dadurch lässt sich die Skalierbarkeit und Flexibilität der eLTR-Systeme, die beide für den Einsatz in unterschiedlichen Lern- und Lehrszenarien nötig sind, und damit die Verbreiterung der computerunterstützten Lehre in der Mathematik erreichen, die wir in der Einleitung gefordert haben.

Zusammenfassung

Wir stehen kurz vor einem Durchbruch: nach einer „ersten Generation“ von eLearning-Technologien, die vor allem durch die Distribution statischer Dokumente gekennzeichnet waren, sind nun neue Formen multimedialer Lehr- und Lernumgebungen in der Entwicklung, die das Potential haben, den Lernprozess in einer neuartigen Weise zu intensivieren.

Bereits jetzt existieren fachspezifische Applikationen wie etwa Computeralgebrasysteme und Geometriepakete, die auf der Nutzung expliziter Repräsentationen mathematischer Objekte basieren und dadurch zukunftsweisende Formen des Mathematikunterrichts ermöglichen. Die mathematische Wissensrepräsentation ermöglicht es, benutzeradaptiv virtuelle Wissensräume aufzuspannen und erlaubt so neue Formen der Kooperation und der Informationsbeschaffung.

Die Integration der neuen Technologien bietet faszinierende Möglichkeiten in der mathematischen Lehre und Forschung, die Revolution mathematischer Ausbildung hat aber erst begonnen. Wir gehen spannenden Zeiten entgegen.

Literatur

[1] Olga Caprotti, David P. Carlisle, and Arjeh M. Cohen. The Open Math standard, version 1.1b. Technical report, The Open Math Society, 2002.

[2] David Carlisle, Patrick Ion, Robert Miner, and Nico Poppelier. Mathematical Markup Language (MathML) version 2.0. W3c recommendation, World Wide Web Consortium, 2001. Available at `http://www.w3.org/TR/MathML2`.

[3] `http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/systeme/systeme.html`.

[4] Creative Commons. `http://www.creativecommons.org`.

[5] Connexions. `http://cnx.rice.edu/`.

[6] eKreide (R. Rojas, FU Berlin). `http://www.ekreide.de/`.

[7] R. Engbring, Keil-Slawik H., and D. Selke. Neue Qualitäten in der Hochschulausbildung: Lehren und Lernen mit interaktiven Medien. Heinz Nixdorf Institutsbericht 45, Universität Paderborn, 1995.

[8] M. Enzenzberger. *Die Elixiere der Wissenschaft*. Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main, 2002. Artikel „Zugbrücke außer Betrieb – Die Mathematik im Jenseits der Kultur“.

[9] C. Fischer, R. Keil-Slawik, and A. Richter. *Verhaltensprofile im Internet*, pages 65–80. DIGITALE MEDIEN und gesellschaftliche Entwicklung – Arbeit, Recht und Gemeinschaft in der Informationsgesellschaft. R. Keil-Slawik (ed.), Münster: Waxmann-Verlag, 2001.

[10] T. Hampel and R. Keil-Slawik. sTeam: Structuring Information in a Team – Distributed Knowledge Management in Cooperative Learning Environments. *ACM Journal of Educational Resources in Computing*, 1(2), 2002.

[11] S. Jeschke, L. Oeverdieck, R. Seiler, J. Steinbach, and E. Zorn. MOSES – mobile service for students. BMBF-Antrag, `http://www.moses.tu-berlin.de/`, Januar 2002.

[12] S. Jeschke, L. Oeverdieck, R. Seiler, and E. Zorn. MUMIE – multimediale mathematikausbildung für ingenieure. BMBF-Antrag,`http://www.mumie.net/`, Juni 2000.

[13] Ken Koedinger and J. R. Anderson. Effective use of intelligent software in high school math classrooms. In *Proceedings of the World Conference on Artificial Intelligence in Education*, pages 241–248, 1993.

[14] Michael Kohlhase. OMDOC: An open markup format for mathematical documents (version 1.2), 2003. Open Specification `http://www.mathweb.org/src/mathweb/omdoc/doc/spec/omdoc.ps`.

[15] U. Kortenkamp and J. Richter-Gebert. *Cinderella Interactive Geometry*. Springer, 1999, 2004.

[16] Erica Melis, Jochen Büdenbender, George Goguadze, Paul Libbrecht, and Carsten Ullrich. Knowledge representation and management in activemath. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 38:47–64, 2003. see `http://www.activemath.org`.

[17] M. (eds.) Niss, T.H. Jensen. Kompetencer og matematikloering. Uddannelsesstyrelsen temahaefteserie 18, pages 1–134, IMFUFA Roskilde, 1002. Ministry of Education, Danish KOM-Project.

[18] Ulrich Pinkal and Markus Schmies. `http://www.oorange.de/`.

Adresse der Autoren

Dr. Sabina Jeschke
Institut für Mathematik, MA 7-2
Technische Universität Berlin
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin
`sabina@math.tu-berlin.de`
Prof. Dr. Michael Kohlhase
School of Engineering & Sciences
International University Bremen
Campus Ring 12
28759 Bremen
`m.kohlhase@iu-bremen.de`
Prof. Dr. Ruedi Seiler
Institut für Mathematik, MA 7-2
Technische Universität Berlin
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin
`seiler@math.tu-berlin.de`