

# Une revue des applications métrologiques des SQUID

## *Metrological applications of SQUIDs: A review*

John GALLOP<sup>1</sup> et François PIQUEMAL<sup>2</sup>

<sup>1</sup> NPL, Hampton Road, Teddington, Middlesex, TW11 OLW, Royaume-Uni.

<sup>2</sup> LNE, CMSI, 29 Avenue Roger Hennequin, 78197 Trappes Cedex, France, francois.piquemal@lne.fr.

### Résumé

Les SQUID sont les détecteurs de flux magnétique les plus sensibles qui soient connus. Certains sont capables aujourd'hui de déceler des variations de flux magnétique aussi faibles que le millionième d'un quantum de flux ( $1 \mu\Phi_0$ ). Ils peuvent également mesurer toutes grandeurs physiques, qu'elles soient magnétiques, électriques, thermiques, mécaniques ..., cela au travers d'une conversion en flux magnétique, et leurs bandes passantes peuvent être aussi très étendues, allant du quasi continu aux très hautes fréquences (au delà du gigahertz). C'est la raison pour laquelle les SQUID offrent un panel d'applications extrêmement vaste, touchant de nombreux domaines dont celui de la métrologie.

L'article passe en revue les applications des SQUID dans ce dernier domaine, en commençant par les mesures de tension électrique, naturel champ de prédilection pour les SQUID, alliant les tests d'universalité sur l'effet Josephson et la détermination du quantum de flux. Suivent ensuite les mesures de résistance et de courant qui comprennent aussi des tests d'universalité sur l'effet Hall quantique et les premières mesures métrologiques des dispositifs mono électroniques, mais encore des mesures impliquant des forts courants (100 A) ou des faisceaux de particules chargées. Toutes ces mesures de résistance et de courant sont fondées sur l'utilisation d'un instrument remarquable, le comparateur cryogénique de courants, qui constitue le cœur de l'article. Tous les éléments de conception y sont donnés. Les applications des SQUID dans le domaine de la thermométrie, de la spectroscopie X et  $\Gamma$ , et des mesures micro-ondes sont également traitées. L'article dresse enfin des perspectives de nouvelles utilisations des SQUID s'intégrant parfaitement dans le cadre d'une mutation prochaine de la métrologie.

**MOTS CLÉS :** CALORIMÈTRE, COMPAREUR CRYOGÉNIQUE DE COURANTS, CONSTANTE FONDAMENTALE, ÉTALON, MÉTROLOGIE, SQUID, THERMOMÈTRE, VOLTMÈTRE.

### Abstract

*The SQUID are the most sensitive detectors of magnetic flux known. Some are able to detect magnetic flux changes as low as millionth of flux quantum ( $1 \mu\Phi_0$ ). They can also measure any physical quantities: magnetic, electrical, thermal...or mechanical quantities by converting them in magnetic flux and their bandwidths can extend from DC to very high frequencies (well above gigahertz). This is the reason why the SQUID have a wide range of applications, involving various fields among which metrology.*

*The paper is a review of applications of SQUID in this last domain, starting with electrical voltage measurements, natural predilection field for SQUID, combining universality tests on Josephson effect and determination of flux quantum. Resistance and current measurements then follow which include universality tests on quantum Hall effect as well, first metrological measurements of single electron tunneling devices but also measurements of high current (100 A) or of charged particle beams. All these resistance and current measurements are based on an amazing instrument, the cryogenic current comparator, that constitutes the heart of the article. All the design fundamentals are given. The SQUID applications in the fields of thermometry, X and  $\Gamma$  spectroscopy, and in microwave measurements are described too. The paper establishes at last some trends of novel uses of SQUID which perfectly integrate the frame of future mutation of metrology.*

**KEY WORDS:** CALORIMETER, CRYOGENIC CURRENT COMPARATOR, FUNDAMENTAL CONSTANT, STANDARD, METROLOGY, SQUID, THERMOMETER, VOLTMETER.

## Sigles utilisés

CCC : Comparateur Cryogénique de Courants  
CMM : Calorimètre Magnétique Métallique  
CMN : Cérium Magnésium Nitrate  
EHQ : Effet Hall Quantique  
EIT : Échelle Internationale de Température  
EJ : Effet Josephson  
EQR : Étalon Quantique de Résistance  
HTc : Haute Température critique  
JFET : *Junction Field Effect Transistor*  
LNM : Laboratoire National de Métrologie  
QHARS : *Quantum Hall Array Resistance Standards*  
RCSJ : *Resistively and Capacitively Shunted Junction*  
RJJ : Réseau de Jonctions Josephson  
SAW : *Surface Acoustic Wave*  
SET : *Single Electron Tunneling*  
SQUID : *Superconducting Quantum Interference Device*  
SQUID RF : SQUID à couplage radiofréquence  
SQUID DC : SQUID à polarisation en courant continu  
TES : *Transition Edge Sensor*  
TMQ : Triangle Métrologique Quantique  
YBCO :  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$   
YSZ : *Yttrium Stabilised Zirconium*

## Sigles des laboratoires et organisations cités

BIPM : Bureau International des Poids et Mesures  
CIPM : Comité International des Poids et Mesures  
CNRC : Centre National de Recherche du Canada  
CODATA : *Committee on Data for Science and Technology*  
IEEE : *Institute of Electrical and Electronics Engineers*  
LNE : Laboratoire National de métrologie et d'Essais  
LNHB : Laboratoire National Henri Becquerel  
METAS : *Metrologie und Akreditierung Schweiz*  
NIST : *National Institute of Standards and Technology*  
NMIJ : *National Metrology Institute of Japan*  
NPL : *National Physical Laboratory*  
PTB : *Physikalisch Technische Bundesanstalt*

## Préambule

Cette revue des applications métrologiques des SQUID (*Superconducting QUantum Interference Devices* : détecteurs supraconducteurs à interférence quantique) est en très grande partie une traduction du chapitre « *SQUIDS for Standards and Metrology* » [1] du 2<sup>nd</sup> volume du manuel « *The SQUID Handbook* » paru récemment. Ce volume traite des nombreuses applications des SQUID dans des domaines très variés comme par exemple le biomagnétisme et la magnétoencéphalographie, la caractérisation de propriétés magnétiques et le contrôle non destructif de matériau, les explorations géophysiques et magnétotelluriques, la détection d'ondes gravitationnelles et la bolométrie pour l'astronomie sub millimétrique [2]. Le 1<sup>er</sup> volume est consacré quant à lui aux fondamentaux et à la technologie des SQUID et des systèmes fondés sur ces détecteurs [1].

## 1. Introduction

La métrologie est la science de la mesure. Des SQUID, combinant ensemble les deux propriétés d'une sensibilité extraordinaire et d'une réponse périodique à un signal d'entrée qui est fondée sur un étalon quantique (le quantum de flux  $\Phi_0 = h/2e$ ), sont particulièrement bien adaptés pour des applications métrologiques, notamment pour la métrologie électrique quantique. Aussi simple qu'un anneau supraconducteur interrompu par une ou deux jonctions Josephson, le principe de fonctionnement du SQUID repose sur un double phénomène quantique impliquant à la fois le même quantum  $\Phi_0$  : la quantification du flux magnétique traversant un anneau supraconducteur et l'oscillation du supracourant circulant à travers une jonction. Il s'agit en fait d'un véritable convertisseur tension-flux. La tension de réponse du SQUID étant une fonction périodique du flux appliqué, de période  $\Phi_0$ , elle est linéarisée par une électronique spécifique (généralement dans un mode à verrouillage de flux). Le détecteur dispose alors d'une très grande dynamique tout en gardant un rapport signal à bruit élevé. Le principe de fonctionnement des deux types de SQUID, SQUID radiofréquence (RF) à une jonction et SQUID à courant continu (DC) à deux jonctions, ainsi que leurs performances sont détaillés brièvement en annexe.

La première utilisation métrologique du SQUID comme voltmètre (un détecteur de zéro pour un niveau de tension en deça du femtovolt) pour tester l'universalité de la relation courant-phase d'une jonction Josephson est à peine une surprise (voir § 3).

La seconde application importante du SQUID en métrologie est son utilisation comme détecteur de flux magnétique combiné à un outil remarquable : le comparateur cryogénique de courants (CCC). C'est l'instrument utilisé dans un pont de résistances qui a permis aux laboratoires nationaux de métrologie (LNM) de mettre en évidence la reproductibilité élevée de l'étalon quantique de résistance (EQR) fondé sur l'effet Hall quantique (EHQ) (voir § 4.3). Le CCC peut également fonctionner comme amplificateur de courant de haute précision. Des CCC ont été développés pour mesurer les très faibles courants que délivrent les dispositifs SET à effet tunnel mono électronique (SET signifiant *single electron tunneling*), par exemple quelques pA pour une pompe à électrons. Le but est d'abord d'établir si les structures SET peuvent générer des courants dont l'intensité est hautement quantifiée et par conséquent si un étalon quantique de courant peut être disponible, notamment pour des intensités inférieures à 1 nA (voir § 4.4). Puis, le but ultime sera la fermeture du triangle métrologique quantique avec une très grande exactitude, par combinaison directe de l'effet Josephson (EJ), de l'effet Hall quantique et de l'effet tunnel à un électron.

Il y a au moins deux autres applications de CCC en métrologie électrique de nos jours. La première concerne un second type de CCC particulièrement conçu pour mesurer des courants continus avec une intensité aussi élevée que 100 A (voir § 3.5). La seconde qui implique un

CCC fondé sur le concept initial d'un tube supraconducteur, est vouée à la mesure non infractive de faisceaux de particules chargées.

D'autres applications courantes des SQUID en métrologie ont trait au domaine de la spectrométrie de photons X, gamma et d'électrons, à la thermométrie et à une ancienne application métrologique des SQUID dans le domaine des mesures micro-ondes qui peut avoir un regain d'intérêt dans l'avenir (voir § 4.3).

Il doit être souligné que la plupart des applications métrologiques présentées ici sont toujours dans une phase de développement et cet article en montre une photo instantanée. Notre revue se termine par un examen des nouvelles perspectives d'utilisation des SQUID en métrologie (voir § 5) ; Elles comprennent la détection de particule unique, la mesure quantique et les besoins métrologiques à l'échelle du nanomètre.

## 2. SQUID en métrologie du volt

### 2.1. Femtovoltmètre à SQUID : Mesures de tension de grande exactitude

#### 2.1.1. Principe d'un voltmètre à SQUID

Un magnétomètre à SQUID peut être transformé très simplement en un voltmètre hautement sensible [3, 4]: il est seulement nécessaire de prendre une bobine d'inductance  $L_i$  et de faible résistance  $R_i$ , qui soit magnétiquement couplée à l'anneau du SQUID via l'inductance mutuelle  $M_i$  et d'appliquer à ses bornes la différence de tension  $V_S$  à mesurer (fig. 1). Le courant  $I_i$  qui en découle générera un flux à travers l'anneau du SQUID qui peut être détecté de façon usuelle en utilisant un circuit de contre-réaction à verrouillage de flux. Bien sûr, la bobine d'entrée peut être supraconductrice, ayant une résistance essentiellement nulle. Dans ce cas, le courant constant est déterminé par la tension appliquée et la résistance interne de la source de tension.

#### 2.1.2. Femtovoltmètre pour vérifier l'universalité de la constante Josephson

Dans un cas extrême, la source de tension peut avoir une résistance véritablement nulle. Un exemple serait une jonction Josephson irradiée avec une source micro-onde spectralement pure à une fréquence  $f$  et polarisée sur une des marches de Shapiro induites qui exhibent des tensions quantifiées à  $n\Phi_0 f$  ( $n$  un entier) mais qui présentent une résistance différentielle nulle pour des petites variations du courant de polarisation. Dans ce cas, le régime d'un courant constant ne sera pas atteint : au lieu de cela, un courant d'entrée qui augmentera linéairement avec le temps sera produit (à un taux  $dI/dt = \Delta V_S/L_i$ , où  $\Delta V_S$  est la tension constante appliquée et  $L_i$  l'inductance de la bobine d'entrée) [5]. La sensibilité du SQUID utilisé de cette façon, avec des sources de résistance d'entrée tendant à s'annuler devient alors extrême, une sensibilité en tension au niveau de  $10^{-22}$  V a ainsi été démontrée [6]. Les auteurs, Tsai *et al*, adoptèrent ce principe dans une configuration de mesure où deux jonctions Josephson

constituées de matériaux différents et polarisées sur la même marche de Shapiro à la même fréquence, sont jointes au travers d'une bobine d'entrée supraconductrice couplée à un SQUID. En tentant d'observer le signal dépendant du temps attendu à la sortie du SQUID, Tsai *et al* [7] ont pu estimer que la limite supérieure de la dépendance vis à vis du matériau du rapport fréquence sur tension, défini comme la constante Josephson,  $K_J^{-1}$ , est inférieure à  $2 \cdot 10^{-16}$ . Cela renforce notre confiance en l'aspect universel de  $K_J$  et donc en l'égalité  $K_J = 2e/h$ .

Cependant, même si des arguments théoriques solides existent, d'un point de vue strictement métrologique, cette relation n'est pas prouvée. De plus, ce résultat ne signifie pas que le rapport  $K_J/(2e/h)$  ne s'écarte pas de 1 de plus de  $10^{-16}$  comme ordre de grandeur. L'exactitude de cette relation a récemment été testée par le groupe CODATA dans le cadre de l'ajustement 2002 des constantes fondamentales [9].

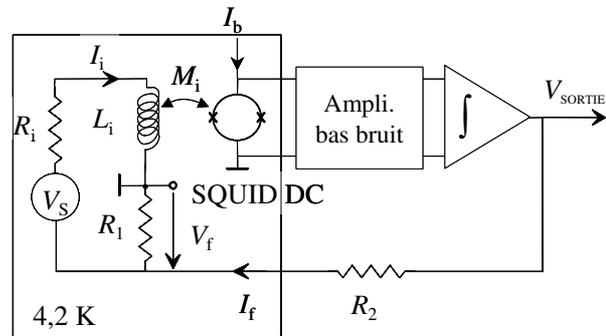


Fig. 1. – Circuit de base d'un picovoltmètre fondé sur un SQUID DC. Le courant de contre-réaction  $I_f$  traversant la résistance  $R_1$  développe une chute de tension  $V_f$  qui tend à annuler  $I_i$ . La tension signal  $V_S$  est alors égale au produit  $R_1 I_f$ , et la tension de sortie  $V_{SORTIE}$  est donnée par  $V_{SORTIE} = V_S R_2 / R_1$ , où généralement  $R_2 / R_1 \gg 1$ .  $I_b$  correspond au courant de polarisation du SQUID.

Il a été montré qu'il n'y a pas d'écart significatif entre  $K_J$  et  $2e/h$  mais à l'incertitude près de  $8 \cdot 10^{-8}$ .

1 - Les déterminations de  $2e/h$  en unités SI effectuées dans les années 1980 qui montraient un meilleur accord que les mesures précédentes, ont permis au CIPM de recommander la mise en oeuvre de l'effet Josephson comme étalon de tension dans les LNM, l'utilisation de la constante Josephson  $K_J$  comme estimateur de  $2e/h$  en lui assignant une valeur conventionnellement vraie :  $K_{J,90} = 483\,597,9$  GHz/V pour les activités d'étalonnage [8]. L'introduction de  $K_{J,90}$  conduit en fait à la définition d'une nouvelle unité  $V_{90}$  qui est reliée au volt SI par l'expression suivante :  $V_{90}/V = K_J/K_{J,90}$ . Exprimée en unités SI, la valeur de  $K_J$  est entachée d'une incertitude dont la valeur relative actuellement donnée par le CIPM est de  $4 \cdot 10^{-7}$ .

2 - C'est une valeur plutôt grande comparée à l'accord de l'ordre de  $10^{-10}$  habituellement trouvé par les LNM lors de comparaisons directes d'étalons de tension Josephson de 1 V et 10 V réalisées à partir de réseaux d'un grand nombre de jonctions Josephson sous amorties (en technologie SIS, supraconducteur – isolant – supraconducteur) mises en série. 2 000 à 3 000 jonctions pour 1 V, plus de 10 000 jonctions pour 10 V (pour une revue des étalons de tension Josephson, voir par exemple [10, 11]).

## 2.2. Ampèremètre à SQUID pour la réalisation du volt

Dans le système SI, les grandeurs électriques sont définies de telle sorte que force et énergie générées dans les systèmes électriques sont mesurées dans les mêmes unités que celles dans les systèmes mécaniques. Pour relier le volt et l'ampère aux unités SI mécaniques, on a besoin de systèmes électromécaniques dans lesquels les énergies électriques et mécaniques puissent être comparées directement. Plusieurs types d'expérience contribuent à fournir des valeurs en unités SI de  $K_J$  ou  $2e/h$  (si on suppose la validité de l'égalité  $K_J = 2e/h$ ). La balance du watt à bobine mobile est de nos jours la technique offrant l'exactitude la plus élevée. Cette méthode pourrait être à l'origine d'une nouvelle définition SI du kilogramme si l'incertitude de  $1 \cdot 10^{-8}$  est atteinte, définition probablement fondée sur la constante de Planck (une revue des expériences de balance du watt est donnée en [12], la balance française est décrite en détail par ailleurs [13]). Une autre méthode élégante impliquant elle l'usage de SQUID est en cours de développement dans plusieurs LNM avec les mêmes objectifs [14-17]. Elle consiste à faire léviter un corps supraconducteur à différentes positions d'équilibre dans un champ magnétique non uniforme<sup>3</sup>.

La figure 2 montre une vue schématique du dispositif expérimental en train d'être développé au NMIJ [14, 15]. Un corps de faible masse  $m = 25$  g, (un cône à fine paroi constituée d'un alliage de phosphore-bronze et recouverte de plomb) atteint des positions de lévitation stables dans le champ magnétique induit par une bobine supraconductrice conique. La lévitation a lieu quand le flux magnétique est suffisamment intense (dépassant 10 mWb dans la figure 2) de sorte que la force due à l'effet Meissner équilibre le poids du corps. La source de courant est contrôlée par un ampèremètre à SQUID pour maintenir à zéro le courant  $I_S$  afin que le courant de la bobine soit constamment égal au courant d'alimentation  $I$ . Le déroulement de l'expérience comporte deux phases :

- Le dispositif Josephson, irradié par des micro-ondes à la fréquence  $f$ , est d'abord polarisé sur la marche de Shapiro  $n = 1$  pendant un intervalle de temps  $t$ . En conséquence, le flux dans la bobine a augmenté d'une quantité connue  $\Delta\Phi = f\Phi_0 t$  puisque la force électromotrice de la bobine supraconductrice est maintenue égale à la tension Josephson au cours du processus.
- Puis le dispositif Josephson est polarisé sur la marche  $n = 0$  pour garder  $\Phi$  constant de sorte que le corps en lévitation parvienne à une position d'équilibre. La position verticale du centre de gravité du corps est alors mesurée par interférométrie laser pendant que le courant d'alimentation est mesuré par la chute de tension  $V$  aux bornes de la résistance étalonnée  $R$ .

3 - Les expériences de la balance du watt ou celles mettant en oeuvre la lévitation d'un corps supraconducteur conduisent à la détermination de la constante de Planck à partir du kilogramme sous la double hypothèse que  $2e/h$  and  $h/e^2$  sont bien les constantes impliquées dans l'EJ et l'EHQ.

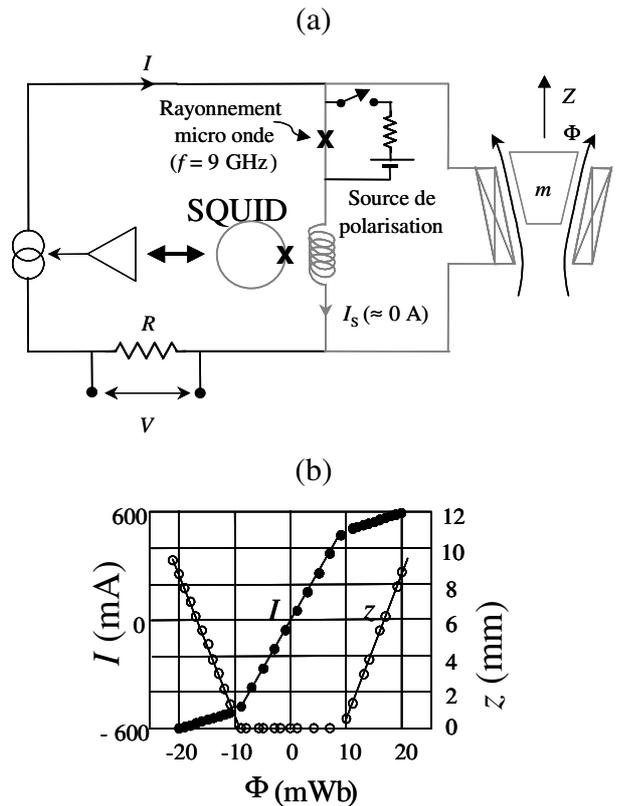


Fig. 2. – Principe de la méthode de la lévitation d'un corps supraconducteur pour la détermination du quantum de flux  $\Phi_0$  en unités SI ;

(a) Schéma du dispositif expérimental au NMIJ : La partie supraconductrice du circuit est indiquée en gris ;  
 (b) Trajectoire d'équilibre : Courant dans la bobine  $I$  et déplacement vertical  $z$  en fonction du flux magnétique  $\Phi$  induit par la bobine.

L'énergie fournie par la source externe entre deux positions d'équilibre à des hauteurs  $z_B$  et  $z_H$ , avec les indices B et H correspondant respectivement aux positions basse et haute, est :

$$\int_{\Phi_B}^{\Phi_H} Id\Phi = \frac{1}{2} (\Phi_H I_H - \Phi_B I_B) + mg(z_H - z_B) \quad (1)$$

Le premier terme correspond à l'augmentation de l'énergie magnétique de l'ensemble bobine-corps flottant, et le second terme est le travail fourni par le champ magnétique pour accroître l'énergie gravitationnelle du corps. Le processus de répétition successive des modes « montée de flux » et « flux constant » fournit une série de données  $(I, z)$  fonction de  $\Phi$  qui décrit une trajectoire dite d'équilibre [14], un exemple de trajectoire est donné en figure 2. Les données de trajectoire permettent le calcul d'une valeur SI de  $\Phi_0$  (donc  $2e/h$  ou  $K_J$ ). A partir de l'équation d'énergie (1), une valeur de  $\Phi_0^2$  est en effet déduite en termes de kilogramme, mètre et seconde puisque à la fois la variation de flux et le courant peuvent être exprimés en unités de  $\Phi_0$ .

Les principales difficultés à surmonter pour réduire le niveau d'incertitude bien en dessous de  $1 \cdot 10^{-6}$  actuellement atteint au NMIJ résident dans les pertes d'énergie non voulues, le manque de connaissance en métrologie de masse dans un environnement de basses températures et un diamagnétisme imparfait. La composante d'incertitude reliée à la détection du courant nul est estimée de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-7}$  avec un ampèremètre à SQUID dont la sensibilité en courant a été ajustée à  $110 \mu\text{A}/\Phi_0$  au moyen d'un transformateur de flux (la valeur de  $0,1 \mu\text{A}/\Phi_0$  d'une sonde à SQUID hybride utilisée était trop faible pour un couplage direct au système [15]).

### 2.3. Autres mesures précises de tension à partir de SQUID

Des picovoltmètres à SQUID ont été utilisés pour des comparaisons précises de résistance étalon de faible valeur dans des applications de LNM mais sont généralement utiles uniquement quand des résistances cryogéniques sont concernées [18] ( $R_1$  en figure 1). Pour comparer des étalons de résistance de  $100 \Omega$  à température ambiante ou des étalons de résistance de Hall quantique opérant sur le plateau  $i = 2$  ou  $i = 4$  ( $12\,906 \Omega$  et  $6\,453 \Omega$  respectivement) à très basse température ( $T < 1 \text{ K}$ ), il est important de développer des détecteurs de zéro à base de SQUID avec une résistance équivalente de bruit ( $R_N$ ) à  $300 \text{ K}$  inférieure à celle des meilleurs nanovoltmètres disponibles commercialement ( $R_N \approx 20 \Omega$ ). Le SQUID a ainsi été utilisé comme détecteur de zéro dans un pont de résistance fondé sur un CCC dans lequel un étalon de résistance de  $100 \Omega$  placé à température ambiante était étalonné à partir d'étalons de résistance de Hall quantique fonctionnant sur le plateau  $i = 2$  ou  $i = 4$  à  $1,3 \text{ K}$  avec une incertitude de quelques  $10^{-9}$  [19].

Des picovoltmètres ont également été fabriqués en utilisant des SQUID à base de cuprates d'Ytterbium-Barium (YBCO), supraconducteurs à haute température critique (HTc). Miklich *et al* [20] fabriquèrent un SQUID YBCO avec une bobine d'entrée également en YBCO aboutissant à une sensibilité de  $2,3 \text{ pV}/(\text{Hz})^{1/2}$  pour des signaux à  $1 \text{ Hz}$ . Eriksson *et al* furent capables de démontrer une application possible d'un picovoltmètre à SQUID HTc comme un moyen de tester des transitoires sur des lignes de transmission de puissance à haute tension, avec une vitesse de réponse qui était supérieure à celle des méthodes conventionnelles [21].

Le travail original sur le comparateur cryogénique de courants (CCC) décrit ci-après était destiné à des mesures de tension Josephson, utilisant des résistances cryogéniques pour faire une échelle de tension étendue à des valeurs plus élevées [22, 23]. Dans les années 1970, les étalons de tension primaires étaient en effet fondés sur des jonctions Josephson simples sur-amorties qui ne délivraient des tensions que de quelques millivolts (typiquement fonctionnant sur des marches d'ordre supérieur,  $n > 500$  à une fréquence  $f \approx 10 \text{ GHz}$ ). Au moyen de ce comparateur de tension cryogénique, il était possible d'étalonner les étalons secondaires tels que les

piles Weston saturées  $1,018 \text{ V}$  bien connues (encore utilisées de nos jours) avec une incertitude de  $10 \text{ nV}$ , dix fois plus faible que l'incertitude obtenue avec la méthode employant des diviseurs de tension.

## 3. SQUID et comparateur cryogénique de courants (CCC)

### 3.1. Principe d'un CCC

Le CCC fut inventé par Harvey en 1972 [24]. Le principe repose sur la loi d'Ampère et le diamagnétisme parfait du supraconducteur dans l'état Meissner. Considérons deux fils insérés dans un tube supraconducteur d'épaisseur plusieurs fois plus grande que la profondeur de pénétration de London (fig. 3). Des courants  $I_1$  et  $I_2$  circulant dans ces fils induiront un supercourant  $I$  qui s'écoulera dans la surface intérieure du tube et reviendra par la surface extérieure de telle sorte que la densité de flux magnétique soit maintenue nulle à l'intérieur de tube. En appliquant la loi d'Ampère sur un contour dans le massif du tube, contour  $a$  dans la figure 3, nous trouvons :

$$\oint_a B dl = 0 = \mu_0 (I_1 + I_2 - I) \quad (2)$$

qui conduit à l'égalité des courants :

$$I = I_1 + I_2 \quad (3)$$

Si les fils traversés par  $I_1$  et  $I_2$  passent respectivement  $N_1$  et  $N_2$  fois dans le tube, le supercourant  $I$  est égal à :

$$I = N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2 \quad (4)$$

Ces égalités sont valides indépendamment de la position des fils à l'intérieur du tube, même si les fils décrivent des parcours en « S » (fig. 3, cas a').

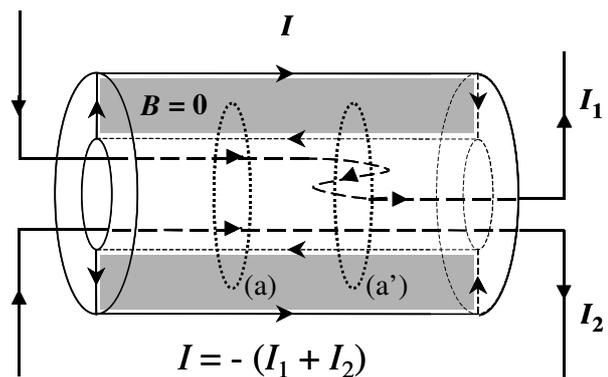


Fig. 3. – Principe d'un comparateur cryogénique de courants.

Seule la distribution de densité de courant sur la surface interne du tube peut être inhomogène dans le cas d'un positionnement assymétrique des fils, alors que la distribution de densité de courant sur la surface extérieure reste homogène. Ceci est la raison clé pour le haut niveau d'exactitude du CCC.

Dans le cas réel d'un tube de longueur finie, ces égalités sont en fait altérées par le flux magnétique non écranté induit par les courants  $I_1$  et  $I_2$  aux extrémités. Pour surmonter ces effets d'extrémité et en même temps rendre pratique le système, avec une taille limitée, le tube est façonné en tore en recouvrant ses extrémités (tout en les isolant électriquement) comme un « serpent qui se mord la queue » (fig. 4).

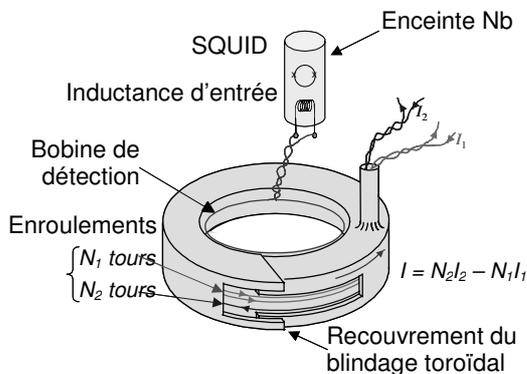


Fig. 4. – Illustration schématique d'un CCC de type I.

Plus le recouvrement est long, plus l'écrantage du flux magnétique qui tend à fuir à travers l'ouverture du recouvrement est efficace. C'est la méthode proposée par Sullivan et Dziuba pour améliorer l'exactitude du rapport de courants du CCC [25].

Des courants  $I_1$  et  $I_2$  de direction opposée, traversant deux enroulements de nombre de tours  $N_1$  et  $N_2$  induisent un supercourant  $I = N_1I_1 - N_2I_2$ . Le flux magnétique externe  $\Phi$ , qui résulte seulement du supercourant, est détecté par un SQUID via un transformateur de flux composé d'une bobine de détection accolée au blindage toroïdal (sur sa surface intérieure ou extérieure) et de la bobine d'entrée du SQUID. La tension de sortie du SQUID est alors convertie en un courant qui alimente en retour un des deux enroulements pour annuler les forces magnétomotrices. De cet équilibre en ampère-tour résulte l'égalité des rapports :

$$I_1/I_2 = N_2/N_1 . \quad (5)$$

Un second (II) type de CCC, proposé par Grohmann *et al* en 1973 [26], peut aussi être réalisé en plaçant la bobine de détection à l'intérieur du blindage supraconducteur toroïdal et en effectuant les enroulements à l'extérieur comme un transformateur conventionnel avec des enroulements autour du tore ferromagnétique. Là aussi, le blindage supraconducteur se recouvre lui-même. La figure 5 montre un exemple de CCC de type II qui est actuellement utilisé en métrologie [27] et décrit plus loin (§ 4.5). Notons que dans cette configuration, le SQUID peut être placé à l'intérieur du blindage supraconducteur et ainsi devient complètement immune au flux magnétique parasite.

Tous les CCC actuellement utilisés dans les LNM sont fabriqués à partir de matériaux supraconducteurs à basse température critique, en particulier le plomb pour le blindage de recouvrement, car ces matériaux garantissent

une haute résolution en courant (un bruit Johnson réduit dû à la température basse de travail, un haut niveau de blindage contre les champs magnétiques parasites), et une exactitude élevée (parce que leur densité de courant critique élevée autorise un effet Meissner complet dans le massif).

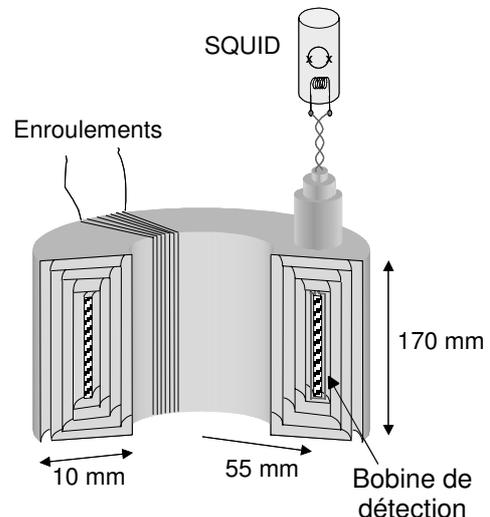


Fig. 5. – Vue schématique d'un CCC de type II.

Néanmoins des études ont été effectuées [28-32] sur des CCC HTC et des résultats prometteurs ont été reportés. Différentes géométries ont été conçues en fonction de l'application particulière. Par exemple, Early *et al.* [32] ont pu fabriquer un CCC en forme de tore fendu à base d'YBCO qui pourrait convenir pour des mesures de rapport de résistances ou des mesures de faible courant. Un autre exemple, qui est décrit au § 4.6, est le CCC fait d'un tube recouvert d'YBCO. Il a été développé au NPL pour mesurer des faisceaux de particules chargées.

### 3.2. Limites du CCC pour les mesures de rapports

#### 3.2.1. Sensibilité et résolution en courant

Les performances du CCC en termes de sensibilité et bruit dépendent fortement du transformateur de flux (TF), montré dans la figure 6, qui doit adapter le mieux possible le SQUID au blindage toroïdal de recouvrement au travers de la bobine de détection.

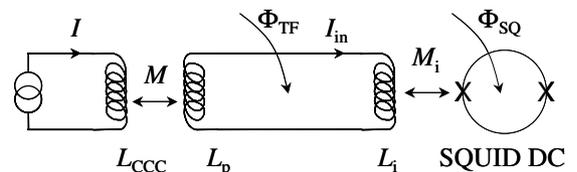


Fig. 6. – Circuit de base d'un transformateur de flux (TF).

#### 3.2.1.1. Sensibilité du CCC

La sensibilité du CCC,  $S_{CCC}$ , est définie comme la variation du supercourant  $I$  circulant sur la surface du tube de recouvrement qui crée une variation de flux

magnétique  $\Phi_{SQ}$  de un  $\Phi_0$  à travers l'anneau du SQUID. En ampère-tour/ $\Phi_0$  :

$$S_{CCC} = \left| \partial \Phi_{SQ} / \partial I \right|^{-1} = \left| \partial I / \partial I_{in} \right| / M_i, \quad (6)$$

où  $M_i$  est l'inductance mutuelle entre la boucle de SQUID et la bobine d'entrée et  $I_{in}$  est le courant circulant dans le transformateur de flux. En appliquant la conservation du flux magnétique au transformateur de flux supraconducteur en supposant un flux initial nul,  $\Phi_{TF} = (L_p + L_i)I_{in} + MI = 0$ , donne :

$$S_{CCC} = (L_p + L_i) / MM_i, \quad (7)$$

où  $L_p$  est l'inductance de la bobine de détection,  $L_i$  est l'inductance d'entrée du SQUID et  $M$  est l'inductance mutuelle entre le tube toroïdal de recouvrement et la bobine de détection.

Il est aisé de montrer que la sensibilité atteint la valeur optimale,

$$S_{CCC}^{opt} = (2/k) (L_i/L_{CCC})^{1/2} / M_i, \quad (8)$$

où  $L_{CCC}$  est l'inductance du tube toroïdal de recouvrement, pour un nombre de tours de la bobine de détection

$$N^{opt} = (L_i/L_p)^{1/2}. \quad (9)$$

Ici  $k$  est la constante de couplage entre la bobine de détection et le blindage de recouvrement ( $M = k(L_p L_{CCC})^{1/2}$ ) et  $l_p$  est l'inductance correspondante à un seul tour de la bobine de détection ( $L_p = N^2 l_p$ ).

En pratique, tout l'ensemble CCC et SQUID<sup>4</sup> est entouré par (au moins) un écran supraconducteur pour obtenir un champ magnétique environnemental assez faible et particulièrement très stable. En conséquence, le couplage inductif entre cet écran externe et à la fois le blindage de recouvrement et la bobine de détection doit être pris en compte pour calculer  $N^{opt}$  et  $S_{CCC}^{opt}$  et la relation (8) n'est plus correcte<sup>5</sup>.

Plusieurs méthodes numériques ont été proposées dans la littérature pour calculer  $S_{CCC}$  des CCC de type I [33-35] et un bon accord a généralement été trouvé entre les valeurs calculées et celles mesurées. A partir de la méthode préconisée par Sesé *et al* [36], une formule analytique de  $S_{CCC}$  peut être déduite, pourvu que des conditions réalistes soient satisfaites [37]. Cette méthode, fondée sur le calcul par élément fini, prend en compte non seulement l'influence de l'écran externe mais aussi l'effet miroir du blindage toroïdal de recouvrement sur la bobine de détection. Le champ magnétique perpendiculaire induit par la bobine sur la paroi du blindage est annulé par le matériau supraconducteur, comme une bobine image qui génère un champ magnétique opposé. Il résulte de cet effet une inductance effective  $L_p$  et une inductance mutuelle  $M$

4 - En général, le SQUID lui-même est inséré dans un blindage supraconducteur (typiquement une boîte en niobium), comme le montre la figure 4.

5 - Si le SQUID est placé à proximité du tube de recouvrement, l'influence du blindage supraconducteur contenant le SQUID devra également être pris en compte dans le calcul de la sensibilité : C'est le cas pour une enceinte en niobium occupant largement la partie centrale du tore (fig. 4).

[36] données par les relations (10) et (11), pourvu que  $k'$ , la constante de couplage entre la bobine de détection et son image, soit proche de 1. Ici  $k$  est un paramètre de couplage entre la bobine de détection et le blindage toroïdal de recouvrement caractérisé par une inductance effective  $L'_{CCC}$ .

$$L_p' = (1-k')L_p + kN^2 L'_{CCC}, \quad (10)$$

$$M = kN L'_{CCC}, \quad (11)$$

Dans le cas idéal où  $k' = 1$ , le nombre optimal de tours  $N^{opt}$  et la sensibilité optimale  $S_{CCC}^{opt}$  sont données par :

$$N^{opt} = (L_i/L'_{CCC})^{1/2} \quad (12)$$

$$S_{CCC}^{opt} = (2/k) (L_i/L'_{CCC})^{1/2} / M_i = (2/k) N^{opt} / M_i \quad (13)$$

En pratique, l'équation (12) combinée avec la valeur calculée de l'inductance effective  $L'_{CCC}$  fournit au concepteur une bonne estimation du nombre de tours requis pour la bobine de détection. Notons que les équations (12) et (13) sont valides si  $L_i$  est supérieur à  $L'_{CCC}$  ce qui est souvent le cas.

### 3.2.1.2. Résolution en courant

La caractéristique la plus pertinente du CCC est sa résolution en courant  $\delta I$  (en A/Hz<sup>1/2</sup>) et elle est définie comme la racine carrée de la densité spectrale de puissance de bruit en courant rapportée à l'entrée du SQUID ou de façon équivalente, comme le supercourant minimum mesurable circulant dans le tube de recouvrement du CCC. L'expression complète de  $\delta I$  est donnée par la relation (14) :

$$\delta I = [4k_B T / R_{in} + 8\epsilon / N_1^2 k^2 L'_{CCC} + (S_{\Phi_{ext}} / N_1 L'_{CCC})^2]^{1/2}, \quad (14)$$

où  $N_1$  est le nombre de tours de l'enroulement primaire du CCC. Le premier terme correspond au bruit Johnson de la résistance d'entrée à la température  $T$ . Le second terme est la contribution du SQUID avec une résolution en énergie  $\epsilon$  quand la sensibilité optimale du CCC est atteinte. Le troisième terme provient du bruit de flux magnétique externe avec une densité spectrale de puissance  $S_{\Phi_{ext}}$  [38]. Ce dernier terme devient négligeable si des précautions de blindage sont prises comme décrit ci-dessous. Le bruit dominant est issu des deux premiers termes en fonction de l'application du CCC. Quand un CCC est utilisé pour comparer des étalons de résistance (§ 4.3), le bruit Johnson qu'ils délivrent ne peut être évité et par conséquent le nombre de tours de l'enroulement primaire est augmenté à une valeur seuil (typiquement environ 2 000) au-dessus de laquelle la contribution de bruit du SQUID devient négligeable. Pour des mesures de faibles courants (§ 4.4), où des résistances d'entrée élevées sont impliquées, seul le bruit du SQUID intervient.

La résolution en courant d'un CCC muni d'un noyau toroïdal de haute perméabilité est donnée par une relation qui diffère légèrement de (14), dans laquelle l'inductance  $L'_{CCC}$  sera remplacée par une autre inductance effective incluant la perméabilité du noyau ferromagnétique et la densité spectrale de puissance du bruit en courant du noyau lui-même  $\delta I_C^2$  doit bien évidemment être ajoutée.

### 3.2.1.3. Eléments de conception

A partir des résultats rapportés des nombreux calculs et mesures des inductances effectives,  $L'_{CCC}$  et  $L'_p$ , de sensibilité et de résolution en courant [32-39], un schéma préliminaire de CCC de type I peut être fait comme suit.

Le blindage toroïdal de recouvrement doit être conçu avec un rayon moyen  $a$  aussi grand que possible et une section  $h \times w$  (fig. 7) aussi petite que possible puisque une inductance maximale est requise. Ces exigences sont évidentes à partir de la relation (15) qui donne  $L_{CCC}$  sans prendre en compte le blindage externe enfermant le système,

$$L_{CCC} = \mu_0 a [\ln(8ar) - 2], \quad (15)$$

où  $r = (wh/\pi)^{1/2}$  est le rayon d'une section circulaire dont l'aire est égale à la section rectangulaire du blindage toroïdal (fig. 7). En fait, cette relation a été trouvée en bon accord, à quelques centièmes de la valeur trouvée par calcul numérique de la distribution du courant circulant sur la surface du blindage de recouvrement [40]. Cependant, ces deux paramètres sont fixés par des contraintes expérimentales, la section  $h \times w$  par le nombre total de tours de l'enroulement et le rayon moyen  $a$  par le rayon du blindage externe, qui est lui-même limité par les dimensions du col du cryostat.

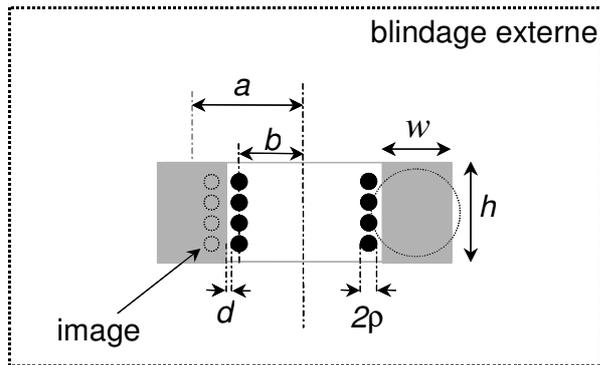


Fig. 7. – Paramètres du blindage toroïdal et de la bobine de détection pour un CCC de type I.

En considérant le système comme un circuit magnétique et en introduisant les reluctances pertinentes, Sesé *et al.* [41] ont proposé une règle simple pour optimiser avec une bonne approximation la taille du blindage de recouvrement comparativement à celle du blindage externe.

Ils trouvent que  $L_{CCC}$  est maximisé quand l'aire interne  $A_{int} (= \pi b^2)$  enfermée par le tore est égale à l'aire externe comprise entre le tore et le blindage externe  $A_{ext} (= \pi R^2_{blindage} - \pi(b+w)^2)$ , comme cela est illustré dans la figure 8. Ce résultat se déduit de l'égalité des reluctances  $\mathcal{R}_1 = h/(\mu_0 A_{int})$  et  $\mathcal{R}_2 = h/(\mu_0 A_{ext})$ , avec la somme  $A_{int} + A_{ext}$  gardée constante. La valeur optimale du rayon moyen du blindage toroïdal est donnée par :

$$a^{opt} = [(R^2_{blindage} - w^2/2)/2]^{1/2}. \quad (16)$$

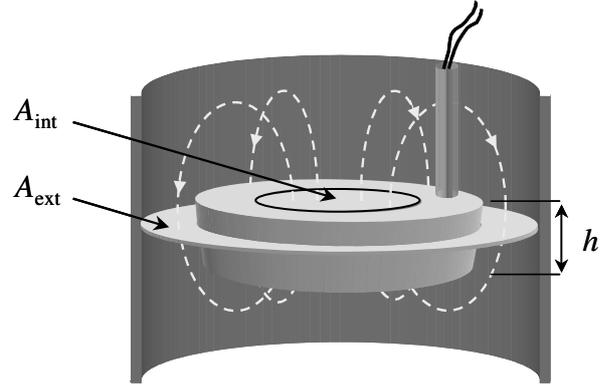


Fig. 8. – Effet du blindage externe sur un CCC de type I.

Il est à noter que le rayon moyen  $a$  pourrait être plus grand si l'axe du blindage toroïdal était perpendiculaire à celui du blindage externe.

La bobine de détection doit être enroulée aussi proche que possible de la surface interne ou externe du blindage de recouvrement ( $d/a \ll 1$ , voir figure 7) et les tours doivent être judicieusement espacés, comme décrit ci-dessous. Le couplage entre le blindage toroïdal et la bobine de détection est en effet davantage amélioré en minimisant le couplage de chaque tour du reste des tours, chaque tour étant couplé seulement avec sa propre image [36]. Plusieurs possibilités ont été proposées: blinder individuellement les tours au moyen d'une feuille supraconductrice, placer le fil à l'intérieur d'un tube supraconducteur ou utiliser une bande large au lieu d'un fil [37]. Une autre façon est d'utiliser un SQUID avec une inductance d'entrée  $L_i = L'_{CCC}$ , qui conduit à une bobine de détection à un seul tour. Une adaptation parfaite a été obtenue en connectant la bobine d'entrée du SQUID directement au blindage toroïdal comme le montre la figure 9 [42].

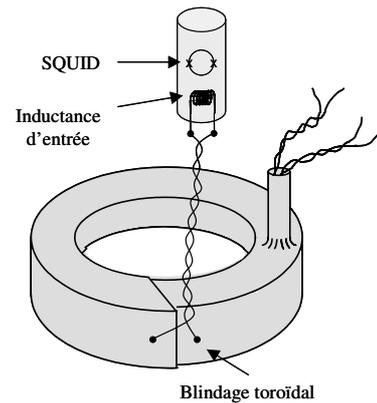


Fig. 9. – Blindage toroïdal du CCC couplé directement à l'inductance d'entrée du SQUID et faisant ainsi office de bobine de détection à spire unique.

Pour une bonne résolution en courant, le SQUID doit être choisi avec une très haute résolution en énergie mais sans une restriction sévère sur l'inductance d'entrée (pourvu que  $L_i \geq L'_{CCC}$ ) puisque cette inductance n'a aucune influence sur  $\delta I$ . Une bonne résolution en courant

dépend beaucoup de l'écrantage du champ magnétique environnemental par l'intermédiaire de blindages externes additionnels. Ces blindages sont utilisés plus pour obtenir une haute stabilité du champ magnétique résiduel que pour réduire ce dernier à un niveau non mesurable.

La condition à remplir est une racine carrée d'une densité spectrale de puissance  $S_{\Phi_{\text{ext}}}^{1/2} < 10^{-4} \Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$  étant données les valeurs typiques  $\epsilon = 10^{-31} \text{ J/Hz}$  (dans le régime de bruit blanc) et  $L'_{\text{CCC}} = 10 \text{ nH}$  dans la relation (14). En terme de densité de flux magnétique, la condition devient  $S_{\text{Bext}}^{1/2} < 0,3 \text{ fT/Hz}^{1/2}$  pour un CCC typique avec un diamètre interne de 2 cm et par conséquent, l'atténuation totale requise pour écranter un champ magnétique parasite comme celui de la Terre ( $|B_{\text{Terre}}| \approx 50 \mu\text{T}$ ) devrait excéder 220 dB. Cette valeur peut alors être considérée comme une valeur limite supérieure pour obtenir un environnement magnétique hautement stable.

### 3.2.2. Exactitude du rapport de courants du CCC

#### 3.2.2.1. Incertitude du rapport d'enroulements

Une exactitude élevée sur les mesures de rapport de courants est atteinte lorsque le tube supraconducteur enfermant les enroulements se recouvre sur lui-même sur une longueur  $l$  suffisamment grande pour minimiser le flux  $\Phi_1$  fuyant à travers l'espace interstitiel du recouvrement. Ce flux de fuite porte l'information sur la position des enroulements. Des valeurs d'erreur théoriques de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-10}$  ou moins ont été rapportées pour les deux types de CCC [43]. La relation ci-dessous, qui est une forme simplifiée des relations proposées par Seppä pour un CCC de type I [44], donne l'erreur maximale en terme de flux magnétique,

$$\Phi_1/\Phi = [\delta \exp(-l/r)] [a \ln(a/r)]^{-1}, \quad (17)$$

où  $\Phi$  est le flux magnétique total,  $\delta$  est l'espacement du recouvrement,  $r$  est le rayon équivalent du tube ( $r = (wh/\pi)^{1/2}$  avec les mêmes notations que celles de la figure 7) et  $a$  est le rayon moyen du tore. Pour un tour de recouvrement du blindage ( $l = 2\pi a$ ), avec des valeurs typiques  $a = 15 \text{ mm}$ ,  $r = 3 \text{ mm}$  et une valeur maximale  $\delta = 1 \text{ mm}$ , l'erreur est d'environ  $10^{-16}$ , plus faible que les valeurs mesurables qui ont été rapportées ( $10^{-11}$ ).

Notons qu'une erreur possible sur le rapport d'enroulement pourrait exister due à l'imperfection naturelle des extrémités de chaque enroulement qui peut former des tortillements. En pratique, cette erreur est annulée, d'abord en torsadant les fils de sortie, puis dans le cas d'un CCC de type I, en insérant les fils de sortie dans des tubes coaxiaux supraconducteurs formant la cheminée comme celle montrée dans la figure 4. Le flux magnétique résultant dû aux extrémités des enroulements est en effet fortement écranté par le tube supraconducteur, l'efficacité augmentant en fonction du rapport hauteur sur diamètre du tube.

En pratique, un CCC est généralement constitué d'une série d'enroulements avec des nombres de tours en progression arithmétique et de deux enroulements

identiques (par exemple 15, 15, 30, 60, 120, ...). Cela permet de tester l'efficacité du blindage toroidal supraconducteur par un auto-étalonnage du rapport 1:1. Un courant traversant deux enroulements de même nombre de tours placés en série-opposition peut induire un déséquilibre en ampère-tour, qui donne l'erreur du rapport [45]. Des fils supraconducteurs sont généralement utilisés pour les enroulements du CCC afin de rendre négligeables les courants de fuite statiques et de réduire à quelques ohms la résistance des liaisons entre sources de courant et résistances à comparer.

#### 3.2.2.2. Effet de fréquence

La plupart des mesures impliquant des CCC sont effectuées à des fréquences ultra basses, entre 10 mHz et 0,5 Hz en espérant que les résultats ne soient pas affectés par un effet en fréquence. Quelques mesures menées à des fréquences de 1 Hz à 10 kHz produisirent des résultats intéressants et permettent d'établir une limite supérieure sur l'erreur dans le rapport de courants et de la réduire. Selon Grohmann *et al.* [46], les sources d'erreur proviennent de diverses capacités à l'intérieur du CCC (capacités de shunt entre les fils d'amenée de courant, entre les tours d'enroulement, capacités de fuite entre la masse d'une part et les amenées et les enroulements d'autre part). Elles peuvent en partie se compenser mutuellement du fait de leurs signes opposés.

Par exemple, considérons deux enroulements comme esquissés dans la figure 10. La valeur vraie du courant traversant l'enroulement 1 est donnée par

$$I_{1T} = I_1 - I_1' + I_2'', \quad (18)$$

où  $I_1'$  dénote le courant alternatif de fuite traversant la capacité de shunt de l'enroulement et  $I_2''$  correspond au courant alternatif fuyant à travers la capacité entre les deux enroulements.

Il semble possible d'annuler au moins partiellement les erreurs: au moyen d'enroulements coaxiaux pour des CCC de type II, ou en plaçant une capacité supplémentaire en parallèle à l'enroulement ou entre une des bornes de l'enroulement et la masse pour des CCC de type I [47]. La géométrie de type II est la mieux adaptée pour des applications des CCC en courant alternatif. Des erreurs réduites à  $10^{-8}$  à 10 kHz ont été rapportées [44].

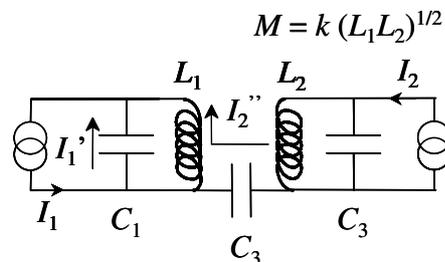


Fig. 10. – Schéma de deux enroulements avec des courants de fuite traversant les capacités de shunt  $C_1$  et  $C_3$ .

Pour un CCC de type I, une expression approximative simple pour l'erreur sur le rapport de courants  $I_1/I_2$  peut

être donnée [44], en fonction de l'inductance des enroulements  $L_1$  et  $L_2$  et de leur inductance mutuelle  $M = k(L_1 L_2)^{1/2}$  avec un facteur de couplage  $k$  :

$$\delta(I_1/I_2)/(I_1/I_2) = (1-k)L_1 C \omega^2, \quad (19)$$

si l'on considère le cas d'un grand rapport  $I_1/I_2 \gg 1$  (i.e.  $L_1 \gg L_2$ ). Ici  $C$  symbolise la capacité de fuite (shunt ou masse) et  $\omega$  est la pulsation. le terme  $(1-k)L_1$  peut être déduit de la mesure de la force électromotrice à travers l'enroulement 1 induite par un courant alternatif le traversant. La mesure de la capacité entre enroulement 1 d'un côté et enroulement 2 et masse de l'autre côté, conduit à une valeur approximative de  $C$  [48]. Une autre manière possible d'estimer l'erreur de rapport passe par la détermination des fréquences de résonance du CCC  $f_{res}$  telles que :

$$\delta(I_1/I_2)/(I_1/I_2) = (1-k)(f/f_{res})^2, \quad (20)$$

en considérant que chaque enroulement combiné avec une capacité de fuite se comporte comme un circuit oscillant LC où la plus petite fréquence de résonance est  $f_{res} \approx 1/2\pi L_1 C$  (si  $L_1 \gg L_2$ ). Les pics de résonance peuvent facilement être observés sur le spectre de bruit en courant (ou en flux) enregistré à la sortie du système [39, 49-51].

### 3.2.2.3. Gain fini de contre-réaction en boucle ouverte

Une incertitude sur la valeur du rapport de courants mesurée par le CCC provient du gain fini en boucle ouverte du SQUID, ce dernier fonctionnant en boucle à verrouillage de flux. L'erreur dans le rapport de courants peut facilement être déduite à partir du schéma bloc montré en figure 11.

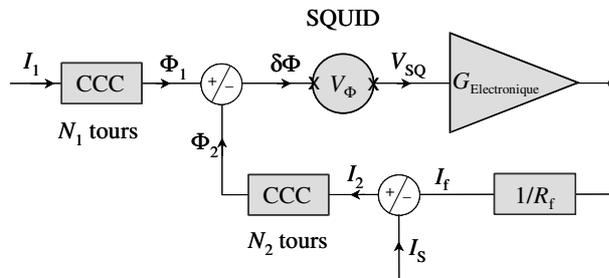


Fig. 11. – Schéma bloc d'un CCC.

Des courants  $I_1$  et  $I_2$  appliqués au CCC à travers, respectivement, son enroulement (primaire) de  $N_1$  tours et son enroulement (secondaire) de  $N_2$  tours, induisent une différence de flux magnétique  $\delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$  au SQUID. Le gain de boucle du CCC  $G_L$ , qui correspond au rapport  $\Phi_1/\delta\Phi \approx \Phi_2/\delta\Phi$  est donné par :

$$G_L = N_2 G_E V_\Phi / R_f S_{CCC}, \quad (21)$$

où  $G_E$  est le gain de l'électronique de contre-réaction [52],  $V_\Phi$  est le coefficient de transfert optimisé du SQUID,  $R_f$  est la résistance de contre-réaction.

Considérons d'abord le cas du courant  $I_2$  seulement délivré par l'électronique de contre-réaction du SQUID.

L'erreur dans le rapport de courants est simplement égale à l'inverse du gain de boucle,

$$I_2 = I_f = (N_1/N_2)I_1(1-1/G_L) \quad (22)$$

Typiquement,  $G_L$  atteint 100 dB à une fréquence de 10 mHz, en prenant en compte une bande passante de 1 kHz (en mode dynamique,  $G_L(f) \propto f_{coupure}/f$ ), et ainsi induit une erreur de  $1 \cdot 10^{-5}$ .

Considérons maintenant le cas d'un courant  $I_S$  délivré par une source de courant secondaire asservie par la source primaire de sorte que le rapport  $I_S/I_1$  soit préalablement ajusté:  $I_S/I_1 = N_1/N_2(1 \pm x)$ . La somme des courants circulant à travers l'enroulement secondaire est alors donnée par :

$$I_2 = (N_1/N_2)I_1(1 \pm x/G_L). \quad (23)$$

L'erreur  $x/G_L$  devient non significative si  $x < 10^{-5}$  et cette valeur d'ajustement n'est pas si difficile à atteindre. Notons que l'erreur décroît si  $N_2$  augmente mais la marge de stabilité décroît, elle aussi.

### 3.3. Mesure de rapport de résistances

#### 3.3.1. Remarques préliminaires

Les ponts de résistance actuellement utilisés dans les LNM pour étalonner les étalons de résistance matérielle (résistance à bobine de fil) par rapport aux étalons de résistance de Hall quantifiée ou étalons quantiques de résistance (EQR) sont fondés sur les CCC de type I et généralement ceux-ci sont couplés à des SQUID RF ou DC commerciaux. La mesure précise de rapport de résistances est rendue possible *via* la mesure de rapport de courants effectuée avec une très grande exactitude. Le CCC présente deux avantages sur les comparateurs de courants continus conventionnels commercialement disponibles et fonctionnant avec des noyaux ferromagnétiques :

- La résolution est nettement améliorée, par au moins un facteur 100. Pour un CCC, la racine carrée de la densité spectrale de puissance de bruit exprimée en ampère-tour est typiquement comprise entre  $10^{-9}$  et  $10^{-10}$  At/Hz<sup>1/2</sup> dans le régime de bruit blanc, ou de l'ordre de 100 fA/Hz<sup>1/2</sup> pour les plus grands enroulements. Ce niveau de bruit est principalement dû au SQUID utilisé comme détecteur de flux magnétique ;
- L'incertitude sur le rapport de courants n'excède pas  $10^{-9}$  (elle est le plus souvent réduite à moins de  $10^{-10}$  comparée à quelques  $10^{-8}$  avec un comparateur de courants continus à noyau ferromagnétique<sup>6</sup>) fonctionnant à température ambiante.

Avec de telles propriétés, cet excellent instrument permet de démontrer l'universalité de la constante de von Klitzing  $R_K$  (correspondante à  $h/e^2$ ) issue de l'effet Hall

6 - Dans le meilleur des cas, des incertitudes de mesure de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-9}$  ont pu être obtenues à partir d'un comparateur fonctionnant à température ambiante et en courant alternatif à une fréquence de 1 Hz [53].

quantique (EHQ) à travers la relation  $R_H(i) = R_K/i$  où  $R_H$  est la résistance de Hall quantifiée et  $i$  un entier correspondant à l'indice du plateau de l'EHR [54, 55]. Sous certaines conditions expérimentales et en suivant le guide technique spécifique à la réalisation de l'EQR [56], l'indépendance de  $R_K$  vis à vis des caractéristiques de l'échantillon de Hall (type, matériau, largeur du canal, contacts), du nombre  $i$  et des paramètres expérimentaux (température, courant de mesure, champ magnétique) a été montrée à des niveaux de quelques  $10^{-10}$  [57, 58]. De plus, des comparaisons bilatérales *in situ* de systèmes complets à EHQ effectuées entre le BIPM et des LNM au cours de la dernière décennie [59-63], ou des comparaisons plus récentes *via* des étalons voyageurs de  $1 \Omega$  ou  $100 \Omega$  [64,65], ont montré un excellent accord de quelques  $10^{-9}$ . Ces résultats qui doivent être attribués à l'utilisation des CCC dans ces comparaisons supportent avec force l'aspect universel de  $R_K$  <sup>7</sup>.

Typiquement, les étalons secondaires de résistance qui sont étalonnés par comparaison à l'EQR ont des valeurs nominales de  $1 \Omega$  et  $10 \text{ k}\Omega$ . Ils sont utilisés comme étalons de référence pour les travaux quotidiens d'étalonnage. Leurs valeurs sont plutôt éloignées de celles de  $R_K/4$  et  $R_K/2$  (environ  $6\,453 \Omega$  et  $12\,906 \Omega$  respectivement) valeurs quantiques qui sont le plus souvent utilisées avec des échantillons à EHQ simples. Leur raccordement à l'EQR doit donc être effectué en plusieurs étapes. A la différence par exemple de la méthode impliquant divers réseaux de résistances connectées en série ou en parallèle, le pont à base de CCC décrit ci-après rend le processus d'étalonnage des étalons secondaires plus simple, restreint en seulement deux étapes, au moyen d'étalons de transfert comme les étalons de résistance de  $100 \Omega$  et  $1 \text{ k}\Omega$ .

Notons que des LNM ont développé des ponts de résistances à base de CCC spécifiques pour couvrir un domaine de mesure plus étendu, allant jusqu'à  $100 \text{ M}\Omega$  *via* une comparaison directe avec l'EQR [51,67], et même jusqu'à  $1 \text{ G}\Omega$  [68] <sup>8</sup>.

### 3.3.2. Pont de résistances associé à un CCC de Type I

Le CCC est connecté à une double source de courant qui alimente les résistances  $R_1$  et  $R_2$  à comparer, avec des courants primaire et secondaire  $I_1$  et  $I_2$  respectivement (fig. 12). Ici la source de courant secondaire est asservie à la source de courant primaire [45, 54] de telle sorte que le

7 - Cela confirme le bien-fondé de la recommandation du CIPM en 1988 pour l'utilisation de la résistance de Hall quantifiée comme étalon primaire de résistance. Comme pour l'effet Josephson, le CIPM a défini une constante phénoménologique, la constante de von Klitzing, estimateur de  $h/e^2$  et pour les besoins d'étalonnage, une valeur conventionnellement vraie lui a été assignée :  $R_{K90} = 25\,812,807 \Omega$  [66]. L'incertitude actuellement attribuée par le CIPM sur la valeur de  $R_K$  exprimée en unités SI est de  $1 \cdot 10^{-7}$ .

8 - Dans le même esprit d'échelonner l'ohm en terme de  $R_K$  sur une grande étendue de valeurs, des étalons de résistance à base de réseaux de barres de Hall quantiques (QHARS : quantum Hall array resistance standards) avec des valeurs nominales de  $100 \Omega$  à  $1,29 \text{ M}\Omega$  ( $50R_K$ ) sont actuellement développés. Les réseaux sont composés d'un grand nombre de barres de Hall élémentaires connectées en série ou en parallèle par des liaisons multiples (voir par exemple [69,70]).

rapport de courants peut être ajusté de manière fiable permettant au SQUID d'être verrouillé en flux magnétique proprement et avec exactitude, comme cela a été discuté précédemment (§ 4.2.2).

Dans le cas idéal, l'opération devrait consister à régler le rapport de courants pour égaliser les chutes de tension aux bornes des résistances, *i.e.* d'annuler la chute de tension à travers le détecteur connecté aux points de potentiel bas des résistances:  $R_1 I_1 = R_2 I_2$ . Le rapport de résistances  $R_1/R_2$  sera par conséquent égal au rapport des enroulements  $N_1/N_2$ .

En pratique, une fraction  $\epsilon$  du courant  $I_2$  doit être déviée vers un enroulement auxiliaire de nombre de tours  $N_a$  pour équilibrer le pont à la fois en tension et en ampère-tour :

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 + \epsilon N_a I_2 = 0 \quad (24)$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0. \quad (25)$$

L'élimination des courants de ces deux relations conduit au rapport de résistances :

$$R_1/R_2 = N_1/N_2(1 + (N_a/N_2)\epsilon). \quad (26)$$

Dans le pont représenté en figure 12, l'écart  $\epsilon$  est obtenu en enregistrant les tensions de sortie du détecteur de zéro qui correspondent aux deux positions du diviseur résistif  $\epsilon_{\pm} = \epsilon \pm x$  où  $x$  est typiquement de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-7}$ .  $\epsilon$  est alors donné par :

$$\epsilon = (\epsilon_- V_+ \epsilon_+ V_-)/(V_+ - V_-), \quad (27)$$

où les tensions  $V_+$  et  $V_-$  de signes opposés sont associées respectivement à  $\epsilon_+$  et  $\epsilon_-$  [54].

Cet écart  $\epsilon$  peut être obtenu en utilisant un amplificateur à la sortie du détecteur de zéro qui génère un courant à travers l'enroulement auxiliaire et une résistance placée en série. La valeur de  $\epsilon$  est alors déduite de la mesure de la chute de tension aux bornes de la résistance [71]. L'avantage de cette seconde méthode réside dans la capacité à automatiser complètement le pont.

D'une façon ou d'une autre, les tensions sont nécessairement mesurées en inversant périodiquement le sens du courant afin de compenser les forces thermoélectriques parasites. La fréquence de travail est typiquement de l'ordre de  $0,1 \text{ Hz}$  ou moins et pourrait être dans la bande de fréquence où le SQUID génère du bruit en  $1/f$  (en particulier pour un SQUID DC). Ce bruit, dit de scintillement, peut être évité en faisant fonctionner le pont à  $1 \text{ Hz}$  [48]. Néanmoins, le rapport de courants doit être préajusté à la fois en phase et en quadrature ce qui nécessite un enroulement supplémentaire du CCC. De plus, la dépendance en fréquence des étalons de résistance doit être connue. Comme cela a été mentionné précédemment, nous notons que les fréquences de travail supérieures à  $1 \text{ Hz}$  peuvent conduire à des erreurs significatives ( $> 10^{-9}$ ) dans le rapport de courants dues aux capacités de fuite entre les enroulements du CCC.

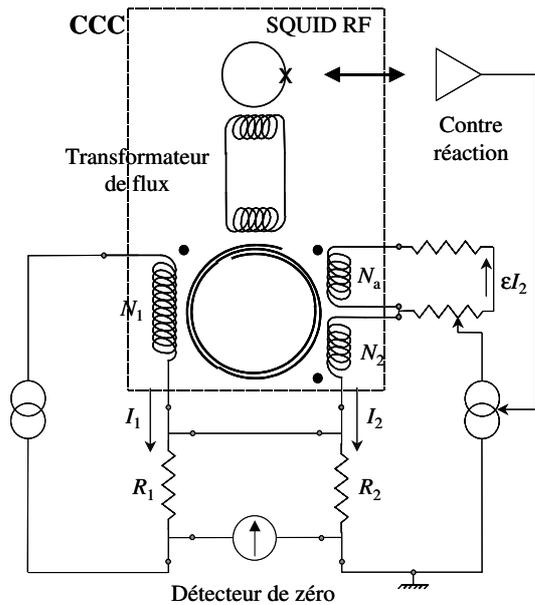


Fig. 12. – Circuit de principe d'un pont de résistances associé à un CCC couplé ici à un SQUID RF ; Le blindage toroidal du CCC est symbolisé par une spirale à deux tours. Les points noirs indiquent l'entrée des enroulements où les courants doivent être injectés pour induire un champ magnétique de même polarité.

### 3.3.3. Remarques sur la construction

Le CCC doit être composé d'une série d'enroulements rendant possible toute sorte de rapports de courants, 1, 2, 4, ..., 100 et particulièrement les rapports 64,532 et 129,064 utilisés pour mesurer les rapports de résistances  $R_H(i)/100 \Omega$  avec  $i=4$  ou 2. Dans le cas du rapport  $R_H(i=2)/100 \Omega$ , les nombres de tours  $N_1$  et  $N_2$  sont habituellement égaux à 1 936 ou 2 065 et 15 ou 16, respectivement, de manière à ce que le rapport d'enroulements ne s'écarte pas de plus de  $2 \cdot 10^{-5}$  du rapport des valeurs nominales des résistances (12 906,4 035:100). En outre, le choix des valeurs de  $N_1$  autour de 2 000 est bien adapté pour réduire le bruit du SQUID à un niveau inférieur à celui du bruit Johnson des résistances à comparer.

Pour profiter au mieux des grandes performances du CCC, des précautions particulières doivent être prises pour la construction du pont. Par exemple, le pont doit présenter de faibles courants de fuite et une bonne isolation entre circuits primaire et secondaire. Le rapport de courants doit être pré-ajusté avec finesse afin de prendre en compte le gain fini en boucle ouverte du SQUID. Le potentiomètre doit être étalonné et la non-linéarité du nanovoltmètre utilisé comme détecteur de zéro doit être mesurée. Il est fortement recommandé que le pont complet ne soit connecté à la masse qu'en un seul point. Des amplificateurs d'isolement à couplage optique sont couramment utilisés, par exemple pour la sortie de contre-réaction externe de l'unité de contrôle du SQUID et à la sortie du détecteur de zéro. La ligne de transmission IEEE au travers de laquelle l'ordinateur contrôle le pont et acquière les données est en fibre optique.

## 3.4. Mesures des très faibles courants des dispositifs SET

### 3.4.1. Introduction

En étendant le concept de détecteur de courant sensible, proposé par Harvey dans son article originel [24], le CCC peut être utilisé comme un amplificateur de faible courant avec deux caractéristiques jamais atteintes par des dispositifs conventionnels. Comme cela est montré ci-après, le CCC peut exhiber une résolution en courant d'environ  $1 \text{ fA/Hz}^{1/2}$  ou moins dans le domaine recherché des très basses fréquences ( $< 1 \text{ Hz}$ ) en régime de bruit blanc<sup>9</sup>. Cette excellente résolution est principalement due aux propriétés bas bruit du SQUID. La seconde propriété extraordinaire de cet amplificateur cryogénique est l'exactitude du gain en courant. Le besoin métrologique d'un tel CCC émergea dans les années 1990 quand les premières sources de courant à effet tunnel à un électron (SET), tourniquet à électrons [72] et pompes à électrons [73] furent démontrées et exhibèrent une quantification du courant qu'elles délivrent. Ces dispositifs SET autorisent le contrôle du transfert de charge élémentaire au taux d'un signal d'horloge [74-76]. L'amplitude du courant délivré est simplement donnée par le produit de la charge élémentaire  $e$  avec une fréquence  $f$ . Sa valeur est plutôt faible, de l'ordre de 1 pA ou, au mieux, inférieure à 1 nA pour les dispositifs SETSAW, systèmes SET plus récents fondés sur des ondes acoustiques de surface (SAW) [77]. Par conséquent, la mesure de ce courant avec une exactitude métrologique, par exemple avec une incertitude de  $1 \cdot 10^{-6}$ , requière un amplificateur de très grande précision et le CCC est l'instrument le mieux approprié. Le développement d'un amplificateur de courant fondé sur un CCC a été grandement stimulé par la démonstration d'un étalon quantique de courant à base de SET (particulièrement pour le domaine sub nanoampère). La motivation est avant tout de fermer le triangle métrologique quantique (TMQ) (fig. 13) qui expérimentalement consiste à appliquer la loi d'Ohm  $V = RI$  directement aux grandeurs tension, résistance et courant, reliées respectivement à l'effet Josephson, l'effet Hall quantique et l'effet tunnel mono électronique, comme cela avait été proposé pour la première fois par Likharev et Zorin [78], en notant que tension et courant sont tous deux exprimés en fonction d'une fréquence, grandeur physique qui est mesurée de nos jours avec l'exactitude la plus élevée. Une autre voie expérimentale pour la fermeture du TMQ consiste à suivre  $Q = CV$  à partir de la réalisation d'un étalon de capacité quantique avec des dispositifs SET mais cependant sans impliquer de SQUID [79, 80].

Le but des expériences de TMQ est de vérifier la cohérence des constantes impliquées dans les trois phénomènes quantiques qui sont prétendus robustes pour fournir les valeurs en espace libre de  $h/e^2$ ,  $2e/h$  et  $e$ . En pratique, les expériences reviennent à déterminer le

<sup>9</sup> - Les dispositifs conventionnels comme les amplificateurs fondés sur des transistors à effet de champ (FET) peuvent également atteindre cette sensibilité à 1 kHz mais pas dans le domaine du hertz du fait de leur bruit en  $1/f$ .

produit sans dimension  $R_K K_J Q_X$ , prévu égal à 2, où la constante  $Q_X$  est définie comme un estimateur de la charge élémentaire [81,82],  $Q_X = e|_{\text{SET}}$ , par analogie aux définitions des constantes Josephson et von Klitzing,  $K_J = 2e/h|_{\text{EJ}}$  et  $R_K = h/e^2|_{\text{EHQ}}$ . La vérification de l'égalité  $R_K K_J Q_X = 2$  avec une incertitude de  $1 \cdot 10^{-8}$  sera un test pertinent quant à la validité des trois théories.

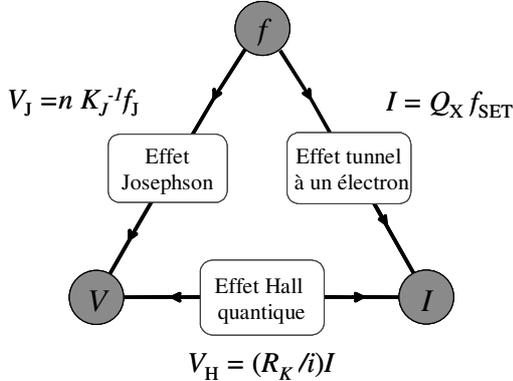


Fig. 13. – Le triangle métrologique quantique : La théorie prédit que les constantes phénoménologiques  $R_K$ ,  $K_J$  et  $Q_X$  correspondent respectivement aux constantes fondamentales  $h/e^2$ ,  $2e/h$  et  $e$ .

Le principe de l'expérience TMQ en suivant la loi d'Ohm repose sur la comparaison directe d'une tension  $V_J$  délivrée par un réseau de jonctions Josephson (RJJ) polarisées sur la marche de Shapiro d'ordre  $n$  à la tension de Hall  $V_H$  d'un échantillon EHQ fonctionnant sur le plateau d'indice  $i$  et alimenté par un courant  $I_1$  généré par une source de courant SET<sup>10</sup>. Le courant  $I$  est amplifié par un facteur  $G_{\text{CCC}}$ , le gain du CCC. Il résulte de cette comparaison de tensions l'égalité :

$$V_J = R_H(i) G_{\text{CCC}} I_1 \quad (28)$$

En prenant en compte les relations données par les trois effets, EJ, EHQ et SET, et en utilisant les mêmes notations que dans [81],  $R_K = h/e^2(1 + r)$ ,  $K_J = 2e/h(1 + k)$  et  $Q_X = e(1 + q)$ , l'équation (28) devient :

$$s = (n/2)(i/G_{\text{CCC}})(f_J/f_{\text{SET}}), \quad (29)$$

où  $s = r + q + k$  au premier ordre,  $f_J$  et  $f_{\text{SET}}$  sont respectivement les fréquences d'irradiation et de fonctionnement des RJJ et des dispositifs SET. La mesure du terme résiduel  $s$  donnera l'information sur le niveau de cohérence des trois phénomènes quantiques.

Un dispositif expérimental est représenté dans la figure 14. L'amplificateur de courant est composé d'un CCC de type I de grand rapport d'enroulements,  $G_{\text{CCC}} = N_1/N_2$ , d'un SQUID DC avec un faible niveau de bruit blanc et une fréquence basse de recouvrement  $f_c$  du bruit blanc et du bruit de scintillement en  $1/f$ , et d'une

source de courant secondaire contrôlée par le SQUID de telle sorte que ce dernier travaille à flux magnétique nul [81]. Afin de minimiser la contribution du bruit en  $1/f$ , le sens du courant à amplifier est périodiquement inversé. La tension de Hall est simultanément comparée à la tension d'un RJJ programmable [84], bien adapté ici à cause du faible niveau de tension et la nécessité d'une inversion périodique de polarité. Le détecteur de zéro sera équilibré en ajustant la fréquence de travail de la source SET  $f_{\text{SET}}$ . Cette fréquence et la fréquence d'irradiation du RJJ sont toutes les deux comparées à la fréquence d'horloge 10 MHz d'un rubidium.

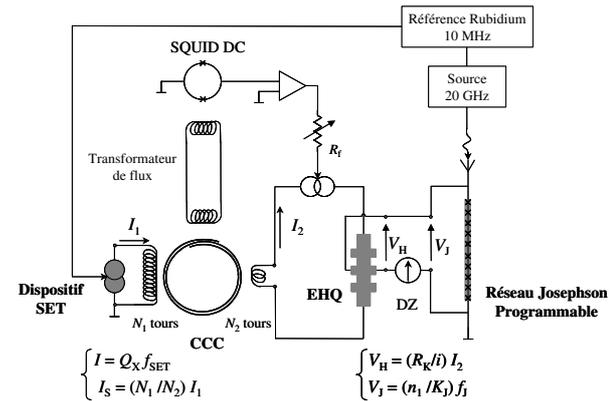


Fig. 14. – Circuit de base pour la fermeture du triangle métrologique par application de la loi d'ohm  $V = RI$ .

Le grand défi de cette expérience est de réduire les incertitudes aléatoires<sup>11</sup> à un niveau le plus bas possible,  $1 \cdot 10^{-6}$  ou peut être moins, en prenant en compte le courant de quelques picoampères délivré par les pompes à électrons qui sont pour l'instant considérées parmi les dispositifs SET comme les sources de courant les plus exactes. En effet, Keller *et al.* [85] ont démontré que des électrons peuvent être pompés un par un très exactement, *i.e.* avec une incertitude de  $1 \cdot 10^{-8}$ , à des fréquences de quelques MHz. Le TMQ a été ensuite fermé avec succès avec une incertitude de  $1 \cdot 10^{-6}$  au NIST en réalisant un étalon de capacité à comptage d'électrons [79]. Cette méthode consiste à charger avec une pompe à électrons un condensateur cryogénique de capacité connue et étalonnée en terme de  $R_K$  à partir de l'EQR. La chute de tension à travers le condensateur est contrôlée avec un étalon de tension à base d'un réseau de jonctions Josephson. L'incertitude de  $1 \cdot 10^{-6}$  est principalement due à l'étalonnage d'un pont commercial conventionnel utilisé pour mesurer le rapport de capacités entre le condensateur cryogénique et un condensateur à température ambiante. Dans un proche avenir, l'incertitude sur la fermeture du TMQ par cette méthode pourrait être réduite à  $1 \cdot 10^{-7}$ . Nous notons que des développements d'étalon de capacité à comptage d'électrons sont en cours dans d'autres LNM (METAS, NPL, PTB).

10 -Une autre approche consiste à équilibrer le courant fourni par le dispositif SET avec celui appliqué à la résistance cryogénique de haute valeur (100 MΩ) sous une tension Josephson. Le courant est détecté par un CCC fonctionnant comme un ampèremètre à SQUID, l'enroulement primaire étant la bobine d'entrée couplée au SQUID *via* un transformateur de flux [83]. Puis, le même CCC est utilisé pour étalonner directement la résistance de 100 MΩ à partir de l'EHQ [51].

11 -Les composantes d'incertitude prépondérantes qui relèvent des instruments utilisés (incertitudes reliées ici à des erreurs provenant d'effets systématiques) sont estimées être de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-8}$  en valeur relative et dépendent faiblement du niveau de courant. Elles proviennent du gain fini en boucle ouverte et des courants de fuite.

### 3.4.2. Conception et performance d'un CCC comme amplificateur de très faible courant

La première voie pour amplifier des courants aussi faibles que quelques pA avec une bonne précision est un CCC avec un très grand rapport d'enroulements et un grand diamètre intérieur pour maximiser son inductance. Nous mentionnons là le travail de pionnier d'Hartland qui a développé un CCC de rapport 109 999:1 avec un diamètre hors-tout de 160 mm conduisant à une résolution théorique en courant  $\delta I = 80 \text{ aA/Hz}^{1/2}$  [86]. Mais ce CCC n'a jamais fonctionné proprement. Plusieurs problèmes ont été suggérés : l'effet d'instabilité de la température du bain d'hélium et les phénomènes de résonance. En réalité, un compromis sur la taille du CCC et sur le nombre de tours de ses enroulements doit être trouvé. Plus ces deux paramètres sont grands, meilleure est la résolution en courant mais l'influence du champ magnétique externe est plus forte et la fréquence de résonance est plus faible. Le problème relatif au champ magnétique externe n'est pas insurmontable. Il peut être résolu en renforçant l'efficacité du système de blindage. Par exemple, le CCC peut être enfermé dans deux blindages supraconducteurs concentriques, le blindage interne en niobium et le blindage externe en plomb, le système global étant placé dans une enceinte à paroi ferromagnétique. L'atténuation théorique d'un tel système de blindage est 210 dB [38].

Cependant, le problème de résonance est difficile à contourner, particulièrement quand il apparaît à basse fréquence dans la bande passante du SQUID. Pour les CCC à grand rapport d'enroulements reportés ci-dessous, les résonances ont été observées à des fréquences de seulement quelques kilohertz dues à la forte inductance de l'enroulement primaire (de l'ordre de 1 H à 10 H) combinée avec les capacités de shunt ou de fuite à la masse (environ 100 pF à 1 nF) [39, 49-51]. Celles-ci doivent être comparées avec les fréquences de résonance supérieures à 30 kHz observées pour des CCC de petit nombre de tours (2 000 tours au plus), tels que ceux utilisés pour des mesures de résistance. Une solution pour amortir les oscillations résonantes LC consiste à pourvoir le CCC d'un enroulement primaire résistif, par exemple au moyen de fil en phosphore-bronze [51].

Par la suite, plusieurs CCC opérationnels ont été développés. Deux d'entre eux sont couplés à un SQUID DC commercial. Le premier est un CCC de rapport 40 960:1 avec un diamètre hors-tout de 64 mm ; une résolution en courant de  $\delta I = 800 \text{ aA/Hz}^{1/2}$  a été mesurée comme plancher de bruit blanc. Le bruit en  $1/f$  apparaît en dessous de 0,3 Hz [87].

Le second est un CCC de rapport 20 000:2 avec un diamètre plus petit, 46 mm. Il atteint une résolution en courant de  $\delta I = 4 \text{ fA/Hz}^{1/2}$  dans le domaine de bruit blanc et présente une fréquence de recouvrement du bruit blanc et du bruit en  $1/f$ ,  $f_c \approx 0,5 \text{ Hz}$ , [38]. La possibilité de mesurer des courants de 1 pA à quelques femto-ampères avec une incertitude de type A de 50 aA (estimation à un écart type) a été démontrée avec ce CCC [39].

Un CCC de rapport 45 000:1 couplé à un SQUID DC commercial est en cours de développement au LNE. Avec

un diamètre hors-tout de 114 mm, sa résolution en courant devrait atteindre  $\delta I \approx 100 \text{ aA/Hz}^{1/2}$  à 1 Hz [89]. Ce CCC est placé dans une enceinte stabilisée en température à 1,5 K. Cette enceinte est fixée à la partie basse du réfrigérateur à dilution, permettant un accès direct au dispositif SET. Un CCC davantage compact sera d'une utilisation plus facile aux très basses températures, par exemple en l'installant à l'intérieur de l'unité de dilution, très proche du dispositif SET. Partant de cette idée et de la proposition d'un CCC à couche mince de Seppä *et al* [90], un CCC avec des enroulements fondés sur des pistes supraconductrices microlithographiées de 2  $\mu\text{m}$  de large et espacées de la même largeur est à l'étude au LNE.

Un quatrième CCC est directement couplé, et de façon optimale, à un SQUID DC bas-bruit fait-maison [49, 50]. Ce CCC est pourvu d'un rapport d'enroulements 30 000:1 avec un diamètre hors-tout de 100 mm. La résolution en courant correspond à un plancher de bruit blanc d'environ  $\delta I = 2,1 \text{ fA/Hz}^{1/2}$  sur un domaine de fréquence s'étendant à une fréquence de recouvrement étonnamment basse,  $f_c = 0,1 \text{ Hz}$ .

Une seconde approche pour développer un CCC de grand gain et de petite taille, comme suggérée par Sesé *et al.* [91], est d'utiliser un noyau à enroulement ferromagnétique qui augmente l'inductance du tube de recouvrement et maximise son couplage avec la bobine de détection. Contrairement à plusieurs rapports précédents qui établissaient que la sensibilité d'un CCC équipé d'un noyau ferromagnétique est limitée par la sensibilité du SQUID, les auteurs démontrent que la sensibilité peut être préservée ou renforcée en introduisant une bobine de détection constituée de boucles n'effectuant qu'une fraction d'un tour. Cependant le bruit en  $1/f$  dominant, dû au noyau ferromagnétique reste trop important (le meilleur matériau couramment utilisé est un alliage amorphe de cobalt-nickel-fer, CoNiFe) de sorte qu'il n'y a aucune chance réaliste d'amélioration.

### 3.4.3. Mesures de courant avec des dispositifs SET

Quelques laboratoires ont pu effectuer des mesures de courant délivré par des dispositifs SET directement au moyen d'un CCC. Par exemple, le courant généré par une source SETSAW à onde acoustique de surface a été mesuré au NPL à partir d'un CCC de rapport 40 960:1 [87]. Mais, en dépit des incertitudes atteintes (3 fA pour un courant de 1 nA), des mesures sont menées actuellement avec un électromètre commercial, étalonné à 15 fA près pour le calibre de 2 nA, suffisamment précis pour tester les dispositifs SETSAW.

Le LNE a rapporté des premières mesures sur des transistors SET [92] puis sur des pompes SET [93] avec un CCC de rapport 10 000:1. Pour ces mesures, le SQUID est verrouillé en flux en injectant le courant de sortie dans sa bobine de modulation. Au moyen d'un pont simplifié, ce mode de contre-réaction interne permet de caractériser des dispositifs SET, de mesurer les propriétés de bruit du système complet avec un rapport signal à bruit suffisant et, comme décrit ci-dessous, de vérifier la faisabilité du fonctionnement des dispositifs SET sur des longues

durées. Dans ce mode, le gain du CCC n'est plus égal à  $N_1/N_2$  mais il est plus faible (en pratique 5 800 comparé à 10 000) et donné par la relation :

$$G_{CCC} = (M_i/M_j)(k/2)(L_{CCC}/L_i)^{1/2}N_1. \quad (30)$$

Dans les premières expériences avec les transistors SET, des oscillations de Coulomb bien structurées (crêtes de 200 fA) ont été enregistrées pour des tensions polarisant le transistor avec seulement 100 nV [89,92]. Pour des expériences menées sur des pompes SET, des marches de courant larges et plates ont été observées à des fréquences aussi élevées que 30 MHz ( $I = 4,8$  pA) [93]. Des mesures de courant préliminaires ont été effectuées en mode de pompage d'électrons sur des périodes de 30 min à 12 h. Un excès de bruit inattendu fut révélé, atteignant un niveau de  $130 \text{ fA/Hz}^{1/2}$  comparé avec le bruit propre du CCC de  $4 \text{ fA/Hz}^{1/2}$  (fig. 15). Cela a induit, par exemple des incertitudes de type A d'environ  $2 \cdot 10^{-4}$  pour le temps de mesure le plus long, 12 h [89].

Notons que les dispositifs SET fonctionnent à très basse température ( $< 100$  mK) où l'énergie de fluctuation thermique des électrons est négligeable comparée à l'énergie de Coulomb. Afin de prévenir tout processus d'effet tunnel assisté par les photons [94], il est fortement recommandé de filtrer tout rayonnement micro-onde provenant du reste du système (placé à une température supérieure) [92], en particulier le rayonnement généré par les jonctions Josephson du SQUID [93]. Cela requière des câblages spécifiques (certains sont disponibles commercialement) et des filtres micro-ondes (à poudre ou à ligne méandre) décrits en détail par ailleurs [92, 95].

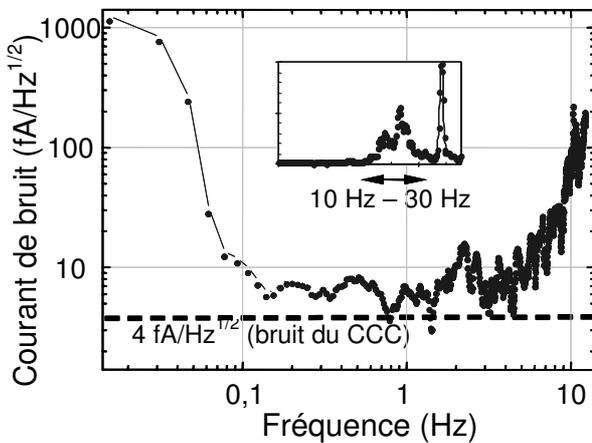


Fig. 15. – Densité spectrale de bruit en courant d'un CCC à l'entrée duquel est connectée une pompe à électrons. Dans l'encadré, des pics observés autour de 10 Hz dus aux vibrations mécaniques environnementales [93].

Le temps de mesure pour des faibles courants doit être particulièrement long afin de réduire les incertitudes aléatoires. Une attention singulière doit être portée sur la nature du bruit. Si la condition de bruit non corrélé est remplie, des incertitudes de type A peuvent alors être estimées en calculant l'écart type expérimental sur la moyenne de toutes les données [88]. Des méthodes statistiques sont pour cela très utiles, par exemple l'analyse des variances d'Allan qui est couramment

utilisée dans les domaines du temps et de la fréquence et aussi en métrologie électrique [96, 97].

Le fait qu'une pompe SET puisse fonctionner sur un temps aussi long que 12 h comme ces premières expériences l'ont montré [89,93] est très prometteur. Cela confirme le temps de stabilité des charges parasites se trouvant dans le substrat (dont la variation affecte l'exactitude du pompage des électrons) rapporté par Keller *et al.* [85]. Le temps de stabilité était trouvé entre une heure et quelques dizaines d'heures sur une pompe à sept jonctions qui cependant n'était pas connectée à un circuit externe (incluant bobine, résistance, filtre ...) contrairement au cas présenté ici. De cette stabilité, il est attendu une réduction des incertitudes de quelques dizaines d'atto-ampères avec un CCC de rapport 10 000:1. En particulier, l'écart type sur la moyenne donné par :

$$\sigma = \delta I [(f_s - f_R)/N]^{1/2}, \quad (31)$$

où  $2N$  est le nombre total d'inversions de courant sur ce temps de mesure, peut atteindre 20 aA, pour  $\delta I = 4 \text{ fA/Hz}^{1/2}$ , une fréquence de répétition  $f_R$  d'une mesure élémentaire (deux inversions de courant) égale à la fréquence de recouvrement  $f_c = 0,5$  Hz et, dans le cas optimal, une fréquence double de celle de l'échantillonnage,  $f_s = 1$  Hz. Des CCC améliorés, combinés avec des nouveaux dispositifs SET capables de générer des courants quantifiés d'intensité au moins dix fois plus grande que celle des pompes SET actuelles, devraient rendre la fermeture du triangle métrologique possible avec une incertitude de quelques  $10^{-8}$ .

### 3.5. CCC de type II pour des mesures de résistance sous très fort courant

La flexibilité du concept du CCC est illustrée par la grande exactitude de mesure (atteignant une incertitude relative  $\sigma < 10^{-7}$ ) de forts courants (jusqu'à 100 A) dans l'étalonnage des résistances de faibles valeurs, descendant à  $100 \mu\Omega$  [27]. Ici, la configuration du CCC de type II a l'avantage vis-à-vis du type I que les enroulements portant le courant peuvent être positionnés bien loin du blindage supraconducteur. Cela est nécessaire puisque le champ magnétique de surface des fils traversés par les forts courants pourrait être suffisamment élevé et dépasser le premier champ critique  $H_{c1}$  du blindage supraconducteur. En conséquence, ceci conduirait à des pénétrations de flux ou à des mouvements de flux piégé, ces deux effets provoquant des erreurs dans le rapport de courants du CCC.

Des CCC sont normalement optimisés en terme de sensibilité. Cependant, dans cette application de fort courant, la sensibilité aux variations de courant dans les enroulements n'est pas la question prédominante. Au contraire, il y a un risque que le bruit de fond dans la source de courant fort soit trop grand pour permettre un fonctionnement stable du SQUID. Les auteurs ont par conséquent délibérément réduit la sensibilité du SQUID en introduisant une petite boucle de fil supraconducteur en parallèle avec l'entrée du SQUID.

Les dimensions du CCC sont montrées dans la figure 5, où il est indiqué comment les enroulements portant le courant peuvent être changés relativement simplement, pour permettre des changements de rapport ou de matériau conducteur. En effet, il est facile d'enrouler et de ré-enrouler autour du blindage toroïdal. Pour des courants jusqu'à 1 A, du fil de niobium-titane (NbTi) supraconducteur (0,125 mm de diamètre) est utilisé alors que pour des courants allant jusqu'à 100 A, six fils de cuivre sont pris et mis en parallèle, chacun avec un diamètre de 0,6 mm. La zone hachurée à l'intérieur du blindage supraconducteur représente la région occupée par la bobine de détection faite avec du fil de niobium. Les fils d'amenée de cette bobine passent à travers des blindages supraconducteurs concentriques pour être connectés au SQUID.

Le système prototype a une sensibilité de  $S_{CCC} = 13 \mu\text{At}/\Phi_0$ , avec un niveau de détection de courant de  $\delta I/I = 2 \cdot 10^{-8}/\text{Hz}^{1/2}$ . L'incertitude limite de l'étalonnage des résistances de faibles valeurs est généralement déterminée par le coefficient de température des résistances elles-mêmes qui établit une limite pratique de  $\sigma \approx 4 \cdot 10^{-7}$ .

### 3.6. CCC pour un sondage non invasif de faisceau de particules chargées

Une autre application métrologique des CCC a pour but la mesure en temps réel et dans des conditions non invasives de faisceau de particules chargées dans la gamme 10 pA – 10 mA. En dehors des applications dans les domaines tels que ceux des accélérateurs de haute énergie, des implantateurs ioniques et d'autres instruments à jet de particules chargées (Voir par exemple [98]), cette utilisation est orientée à plus long terme vers une mesure de la constante de Faraday  $F$  qui relie la définition SI de la quantité de matière et la constante d'Avogadro  $N_A$  via la relation (32) :

$$N_A = F/e \quad (32)$$

Des études au NPL [31] sur la conception de comparateur de courants HTc, incluant un SQUID en lecture, également fabriqué en matériau HTc, ont pour but de produire un système capable d'effectuer des mesures non invasives de bonne précision d'un courant de faisceau d'ions dans la gamme 1  $\mu\text{A}$  à 10 mA de sorte qu'il pourrait être intégré avec le faisceau d'ions d'or isotopiquement pur comme celui utilisé pour la mesure de la constante de Faraday à la PTB [99]. Un tube recouvert avec un supraconducteur HTc, à l'intérieur et à l'extérieur, forme le CCC. Un flux de particules chargées s'écoule le long de l'axe du tube et les courants d'écrantage induits circulent sur les surfaces internes et externes, le courant extérieur générant un champ magnétique qui peut être détecté par un SQUID externe. Une nouvelle fois, comme dans les autres applications des CCC, le champ externe est extrêmement insensible à la distribution du faisceau de particules chargées à travers la section du tube. L'inflexibilité mécanique et des problèmes d'assemblage de matériaux HTc actuellement disponibles font que la conception du CCC HTc et du SQUID lecteur est

sévèrement contrainte, donc seuls des systèmes simple-couche sont réalisables avec la technologie existante. Un schéma du prototype est montré dans la figure 16.

Les seules contraintes sur les dimensions de ce pont consistent d'abord à ce que le courant total le traversant ne doit pas excéder la densité de courant critique  $j_c$  du pont supraconducteur. Une seconde limite se présente quand l'inductance du pont devient supérieure à l'inductance du tube supraconducteur à deux couches dans lequel le courant tendra à s'écouler vers les surfaces internes du tube du comparateur, plutôt qu'à travers le pont, réduisant ainsi la sensibilité. Pour des paramètres réalistes du dispositif, cela suggère que  $\delta I$  peut être aussi faible que  $10 \text{ pA}/\text{Hz}^{1/2}$  pour des simples structures HTc mono-couche.

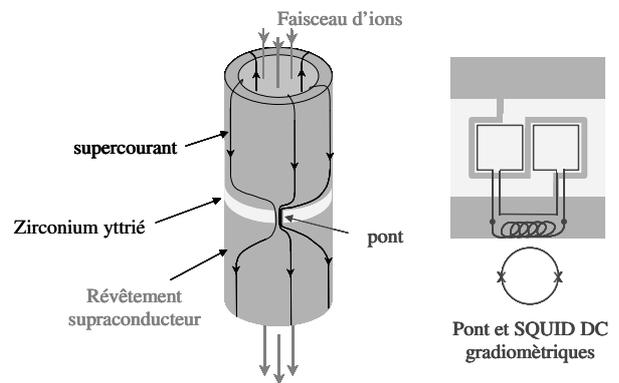


Fig. 16. – CCC à partir de supraconducteur à haute température critique: Il est constitué d'un tube en zirconium stabilisé par de l'yttrium (YSZ) et recouvert d'une céramique YBCO, le tube étant couplé à un gradiomètre à SQUID ; Dimensions du tube:  $l = 120 \text{ mm}$ ,  $\Phi_1 = 20 \text{ mm}$ ,  $\Phi_e = 29 \text{ mm}$  [31].

## 4. Autres applications métrologiques des SQUID

### 4.1. Métrologie des rayonnements ionisants

#### 4.1.1. Introduction

Suite à leur application révolutionnaire dans les techniques de détection de particules utilisées pour les mesures d'astrophysique nucléaire dans les années 1980 et qui perdure aujourd'hui, les détecteurs cryogéniques présentent un intérêt croissant dans le domaine de la métrologie des rayonnements ionisants. Deux applications métrologiques principales émergent en effet.

La première concerne la spectrométrie de photons X, gamma et d'électrons nécessaire pour la détermination précise des données atomiques. Cela requiert des détecteurs une très bonne résolution en énergie et un rendement de détection proche de l'unité. De tels spectromètres à haute résolution en énergie sont utiles aussi dans l'industrie des semiconducteurs de haute technologie pour l'analyse des composants atomiques des matériaux processés sur des échelles micrométriques [100]. Des dispositifs cryogéniques ont ainsi été développés avec une résolution en énergie 40 fois supérieure à celle des meilleurs détecteurs conventionnels

à 77 K. Il a en effet été démontré une résolution en énergie de  $(2,38 \pm 0,11)$  eV pour des photons X de 5,9 keV [101]. De même, une résolution de 90 eV a été obtenue pour des photons gamma de 92,8 keV [102].

La seconde application métrologique est le développement d'une nouvelle méthode absolue de mesure de l'activité des radionucléides, qui émettent des rayonnements de basse-énergie [103]. En plus des deux critères cités ci-dessus, les détecteurs doivent présenter une géométrie de détection  $4\pi$ . Ces détecteurs cryogéniques sont des calorimètres<sup>12</sup> consistant en un absorbeur fortement couplé thermiquement à un senseur ou thermomètre, le tout placé à basse température en faible liaison thermique avec la partie la plus froide du cryostat. Ces deux couplages thermiques, faibles et forts, permettent une élévation de la température  $\Delta T$  due à l'énergie absorbée  $E$  égale  $\Delta T = E/C$  où  $C$  est la capacité calorifique du système. Ensuite le détecteur relaxe vers la température d'équilibre en un temps  $\tau = C/G$  où  $G$  est la conductivité thermique du lien entre le détecteur et le bain thermique.

Des détecteurs cryogéniques peuvent être subdivisés en quatre groupes selon le senseur utilisé: une thermistance à base de semiconducteur dopé, une jonction tunnel supraconductrice, un thermomètre à transition supraconductrice et un thermomètre magnétique métallique. Les deux derniers types utilisent des SQUID comme amplificateur de courant ou comme magnétomètre et sont décrits brièvement ci-après (La référence [4] donne une description détaillée<sup>13</sup>).

#### 4.1.2. Microcalorimètre fondé sur un thermomètre à transition supraconductrice

Le microcalorimètre tel que celui développé par le NIST [104] avait comme but initial l'amélioration de la microanalyse dans le processus métrologique de fabrication de semi-conducteur. Le détecteur consiste en un film mince bi-couche de molybdène-cuivre (MoCu) qui présente une chute brutale de la résistance à environ 100 mK et qui sert de thermomètre très sensible dans l'étroite gamme de température donnée par la largeur de la transition supraconductrice. Une membrane de nitrure de silicium ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) de  $0,5 \mu\text{m}$  d'épaisseur assure une liaison thermique faible entre le détecteur et le bain calorifique régulé à plus basse température, typiquement 60 mK (fig. 17).

Une résolution en énergie de 4,5 eV a été obtenue à 6 keV avec un rendement de détection modéré. Un absorbeur supplémentaire en bismuth déposé sur le haut du thermomètre bi-couche augmente de façon

12 -La désignation de microcalorimètre est souvent employée pour décrire des détecteurs cryogéniques du fait de leur petite taille (absorbeur et thermomètre) conduisant à une capacité calorifique réduite. Cependant le même nom est donné pour des étalons de mesure de puissance en onde soutenue à haute fréquence.

13 -On y trouvera également des applications importantes autres que métrologiques, impliquant des thermomètres à transition supraconductrice associés à des multiplexeurs à SQUID pour l'astronomie sub-millimétrique ou à des amplificateurs à SQUID pour le comptage de photons individuels dans le visible ou l'infrarouge.

substantielle le rendement mais au prix d'une légère dégradation de la résolution en énergie.

Le détecteur est polarisé à une tension constante  $V$  à travers les contacts électriques réalisés en film d'aluminium et le courant induit est mesuré par le SQUID. A cause de cette polarisation en tension, la température du thermomètre à transition (ou TES : transition Edge Sensor) est auto-régulée à une valeur de base à l'intérieur de la zone de transition et pour laquelle la puissance par effet Joule,  $V^2/R$  et la puissance cryogénique s'équilibrent [105]. De cette façon, le temps de refroidissement du détecteur après absorption peut être réduit d'un facteur 100 comparé au temps de relaxation  $\tau = C/G$ . Le fait que le détecteur doit être de nouveau à la température de base pour mesurer un autre photon X avec précision, limite le taux de comptage à environ 100 coups par seconde.

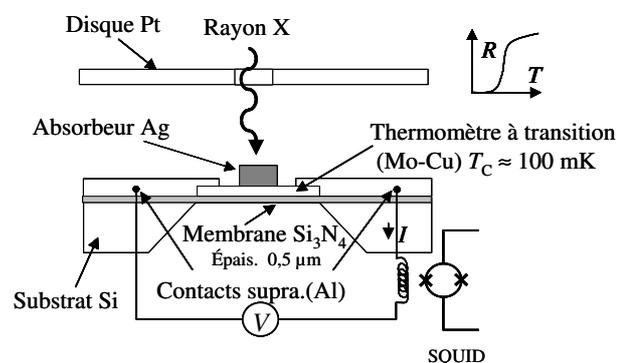


Fig. 17. – Schéma d'un microcalorimètre fondé sur un thermomètre à transition supraconductrice pour de la spectrométrie X [104].

Les SQUID sont très bien adaptés pour la lecture des petites variations des très faibles impédances (généralement 10 mΩ – 100 mΩ) des sondes TES, ce qui n'est pas le cas des dispositifs conventionnels tels que les JFET. Les avantages supplémentaires des SQUID dans ce contexte résident en leur basse température de bruit efficace, leur faible puissance de dissipation et leur possibilité de fonctionner à basse température et ainsi à proximité du détecteur. Comme exemple, un réseau de SQUID DC en série est employé dans le microcalorimètre du NIST. Il est caractérisé par une bande passante élevée d'environ 10 MHz et une tension de sortie de 5 mV, permettant une lecture au moyen d'un amplificateur commun placé à température ambiante [106].

#### 4.1.3. Calorimètre magnétique métallique

Les photons X peuvent être détectés en mesurant la variation d'aimantation avec la température d'une sonde paramagnétique quand elle absorbe l'énergie. Le thermomètre utilisé dans le calorimètre magnétique métallique (CMM) consiste en une matrice d'or dopée en ions d'erbium ( $\text{Er}^{3+}$ ) à très faible concentration (quelques  $10^{-4}$ ) pour lesquels l'aimantation en présence d'un faible champ d'induction magnétique (quelques milli-teslas) varie fortement avec la température, en suivant approximativement la loi de Curie. La variation

d'aimantation du thermomètre,  $\Delta M = (\partial M/\partial T)\Delta T$ , est mesurée au moyen d'un SQUID DC qui est particulièrement bien adapté pour cette application. Le couplage magnétique entre le SQUID et la sonde peut être assuré par un transformateur de flux, ou de façon plus efficace en plaçant le thermomètre directement dans l'anneau du SQUID lui-même [107], comme il est montré dans la figure 18.

Dans ce dernier cas, la variation  $\Delta M$  est simplement reliée au changement du flux magnétique  $\Delta\Phi$  traversant la boucle du SQUID par la relation

$$\Delta\Phi \approx (2\mu_0 V/d)\Delta M, \quad (33)$$

où  $V$  est le volume du thermomètre et  $d$  est le diamètre de la boucle du SQUID. L'énergie absorbée est alors donnée par :

$$E \approx C(2\mu_0 V/d)^{-1}(\partial M/\partial T)^{-1} \Delta\Phi = S^{-1}\Delta\Phi, \quad (34)$$

où  $S$  correspond à la sensibilité du système. Une résolution de 3,4 eV a été mesurée pour des photons X de 6 keV avec un rendement de détection proche de l'unité [108]. Une résolution de 1 eV pourrait être atteinte en considérant la valeur typique de  $3 \mu\Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$  des SQUID DC commerciaux dans une bande passante de 1 kHz et en calculant une sensibilité de  $1,4 \cdot 10^{-4} \Phi_0/\text{eV}$  à 50 mK.

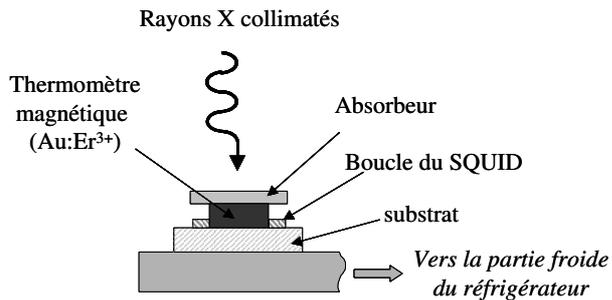


Fig. 18. – Schéma d'un calorimètre magnétique métallique.

L'avantage des CMMs comparés aux autres calorimètres, en particulier ceux fondés sur un thermomètre à résistance, réside dans le fait que le problème des effets microphoniques induits dans les mesures de faible courant ( $I < 1$  nA) combinés avec des impédances de source élevées est évité. De plus, la réponse du détecteur est linéaire sur une large gamme d'énergie et peut être calculée de façon fiable puisque la physique sous-jacente est bien comprise. Enfin les CMM, comme les microcalorimètres TES, peuvent être composés de sondes multiples. Par exemple un SQUID DC avec une géométrie gradiométrique permet l'implantation de deux thermomètres, un dans chaque boucle [109].

## 4.2. Thermométrie utilisant des SQUID

### 4.2.1. Introduction

La température est une grandeur intensive. L'unité de la température thermodynamique, le kelvin, est définie comme étant la fraction  $1/273,16$  de la température

thermodynamique du point triple de l'eau. Il existe des thermomètres primaires capables de mesurer des températures thermodynamiques mais ils sont difficiles à mettre en œuvre. C'est pourquoi une échelle internationale de température a été adoptée pour les mesures pratiques : EIT-90 (Échelle Internationale de Température de 1990) ; Elle est définie au-dessus de 0,65 K et s'accorde au mieux avec les températures thermodynamiques. Elle définit des instruments, des points fixes et des formules d'interpolation. Des SQUID peuvent également être employés pour réaliser soit des températures thermodynamiques (au travers l'utilisation des effets Josephson ou des fluctuations magnétiques, dans diverses manifestations de thermomètre à bruit primaire) ou soit mesurer de très petites variations de température.

### 4.2.2. Mesure de susceptibilité magnétique pour un thermomètre secondaire

Il existe au moins deux formes plutôt distinctes de sondes de température sensibles. La première mesure la variation de susceptibilité  $\chi(T)$  avec la température d'un système paramagnétique, couplé à un SQUID, où la dépendance de la susceptibilité en loi de Curie-Weiss :

$$\chi(T) = C_S/(T-T_c) \quad (35)$$

permet la détection de très petites variations. Ici  $C_S$  est une constante dépendante du système paramagnétique utilisé et  $T_c$  est la température d'ordre des spins dilués. Ce système peut être utilisé sur une gamme de température relativement grande. La méthode peut être étendue au domaine du millikelvin *via* l'utilisation des sels paramagnétiques très dilués [nitrate de cérium magnésium (CMN) ou CMN dilué avec du lanthane, pour lequel  $T_c < 2$  mK] au moyen d'un pont d'inductance mutuelle associé à un SQUID.

Il est connu depuis longtemps que pour un système de capacité calorifique  $C_S$ , il existe une densité de probabilité gaussienne pour la moyenne quadratique des fluctuations de température  $\Delta T^2$  avec une moyenne quadratique de l'amplitude donnée par l'expression suivante :

$$\langle(\Delta T)^2\rangle = k_B T^2/C_S. \quad (36)$$

Quand ceci est converti en une densité spectrale de puissance  $S_T(f)$  de fluctuation de température par unité de bande passante, cela donne :

$$S_T(f) = 4k_B T^2/G, \quad (37)$$

où maintenant  $G$  est la conductance thermique vers le thermostat à  $\langle T \rangle$ . Cela définit une limite basse sur l'exactitude en température qui peut être atteinte par une mesure unique dans la bande passante unité. Notons que l'incertitude s'échelonne en  $T^2$  et que la liaison thermique entre le thermomètre et le bain de chaleur devrait être aussi forte que possible afin de minimiser les fluctuations de température. La sensibilité de lecture d'un tel thermomètre haute résolution est de quelques pK/Hz<sup>1/2</sup>, il est donc capable de mesurer facilement  $\Delta T$  pour des systèmes réels [110],  $\Delta T$  étant davantage de l'ordre de 100 pK/Hz<sup>1/2</sup> typiquement. Ainsi, la réalité de cette limite pratique aux mesures de température a été démontrée.

#### 4.2.3. SQUID comme sonde pour un thermomètre à résistance

Une seconde méthode préconise la mesure de la variation de résistance d'une couche mince supraconductrice qui est polarisée (et maintenue par contre-réaction négative) au point milieu de la transition supraconductrice. Le SQUID détecte la petite variation de courant de contre-réaction qui apparaît quand la température de la couche mince varie. Puisque la largeur de la transition supraconductrice d'un métal peut être inférieure à 1 mK et par ailleurs une variation correspondante à une très petite fraction de cette largeur est effectivement détectable du fait de l'habileté des SQUID à détecter des changements de tension en dessous du femto-volt, c'est une technique extrêmement sensible, quoique de domaine de température davantage limité. Cette méthode est clairement reliée à l'application portant sur les sondes bolométriques abordée précédemment (§ 5.1.2).

#### 4.2.4. Mesure de bruit pour un thermomètre primaire

Le théorème de Nyquist établit que la densité spectrale de puissance d'une tension de bruit  $S_V$  à travers une résistance  $R$  à la température  $T$  (au moins dans le régime classique) est donnée simplement par l'expression (38) :

$$S_V = 4k_B T R. \quad (38)$$

En principe, cela fournit une méthode de mesure de température fondée seulement sur une détermination de bruit, une simple mesure de résistance et la connaissance de la constante de Boltzmann  $k_B$ . Des thermomètres fondés sur cette expression ont été développés principalement pour une utilisation à haute température, mais il se trouve que la caractérisation nécessaire de la bande passante du système et du gain est trop difficile pour permettre une utilisation requérant de faibles incertitudes, soit 1 mK à température ambiante. Néanmoins, dans le régime cryogénique, la sensibilité extrême des SQUID peut être utilisée à bon escient. Dans ce cas, la faible impédance d'entrée du SQUID est mise à profit et un thermomètre plus sensible peut être développé en partant de l'expression de la densité spectrale de puissance de courant de bruit  $S_I$  associée à une résistance  $R$  à température  $T$  :

$$S_I = 4k_B T / R \quad (39)$$

Les travaux précurseurs de Webb *et al.* [111], montrèrent que des mesures effectuées entre 5 mK et 4,2 K sont en accord à 3 % près avec une échelle de température magnétique dérivée de la susceptibilité d'un matériau paramagnétique dilué. Ce thermomètre ne conduit pas à une méthode thermométrique primaire puisque cela exige la connaissance de la bande passante du SQUID et de la constance du gain en courant sur toute la bande passante. C'est plutôt un thermomètre cryogénique sensible qui permet des mesures rapides aux températures les plus basses. Des travaux plus récents, réalisés par Lusher *et al.* [112], ont davantage amélioré ces performances là.

Kamper et Zimmerman [113] suggèrent que la subtilité des effets Josephson pourrait conduire à un véritable thermomètre à bruit primaire à base de SQUID. Une jonction Josephson est shuntée par une résistance  $R$  (de  $1 \mu\Omega$  à  $1 m\Omega$ ), formant une configuration de SQUID résistif (ou R-SQUID). La partie essentielle de leur proposition était que les fluctuations de tension générées thermiquement à travers la résistance pourraient être utilisées pour moduler en fréquence une jonction Josephson oscillante. La lorentzienne observée  $\Delta f$  de l'oscillation Josephson pourrait être mesurée de façon précise pour fournir une mesure de la température sous réserve encore que  $R$  soit également mesurée avec une grande exactitude. Une façon simple et rapide de mesurer la largeur de raie de l'oscillation est de brancher la sortie de l'amplificateur sur un compteur de fréquence capable de mesurer la variance du comptage. De cette manière, la nécessité d'une caractérisation précise du gain et de la bande passante est évitée. En fait la largeur de raie implique le quantum de flux ainsi :

$$\Delta f = 4\pi k_B T R / \Phi_0^2. \quad (40)$$

Le circuit pour un tel système de mesure est montré schématiquement dans la figure 19.

Ce comportement a été vérifié avec précision et comparé avec d'autres thermomètres primaires au NIST [114] et constitue la base de un ou deux thermomètres primaires disponibles pour une utilisation en dessous de 1 K. Un second type de thermomètre à bruit fondé sur la quantification de flux et la supraconductivité a également été démontré par Lee *et al.* [115]. C'est le thermomètre à bruit dénommé à roulette quantique dans lequel la distribution de probabilité des états de fluxon quantifié d'un anneau supraconducteur est expérimentalement établie par interruption répétée du circuit supraconducteur de l'anneau en lui appliquant un signal de flux magnétique par fluctuations thermiques. Un SQUID couplé magnétiquement à l'anneau supraconducteur enregistre l'état de flux de l'anneau à chaque ouverture et fermeture du commutateur, permettant ainsi la réalisation d'un histogramme des états. L'obtention de la largeur de la distribution de probabilité en unités de quantum de flux permet de déduire la température [115]. Un tel thermomètre d'entité unique nécessite que le principe d'ergodicité soit satisfait, ce qui signifie que la moyenne prise sur un temps long à travers une fonction arbitraire de coordonnées dans l'espace de phases est égale à la moyenne de la même fonction prise sur tous les états possibles et équiprobables que le système peut prendre. Ce principe devient de plus en plus significatif dans une variété de domaines de mesure de température, particulièrement où la taille des systèmes est réduite à l'échelle manométrique. Quand le nombre des entités individuelles (telles que des atomes ou des molécules) que comporte le système tombe en dessous d'un nombre fonction d'une longueur, la définition de température elle-même devient problématique.

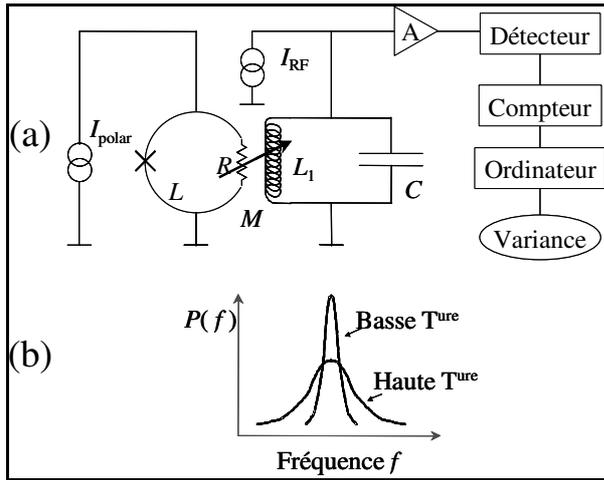


Fig. 19. – Système de mesure de bruit pour un thermomètre primaire ;

(a) Schéma d'un thermomètre à largeur de raie Josephson avec une lecture par un SQUID RF ;

(b) Distributions de probabilité issues de mesures de fréquence d'oscillation Josephson à basse et haute température.

Si le thermomètre à bruit à roulette quantique constitue un thermomètre primaire potentiellement valable par l'utilisation de supraconducteurs à haute température critique, il fournit également un banc d'essais pour étudier l'applicabilité de ce principe d'ergodicité.

### 4.3. Applications des SQUID en radiofréquence

Un SQUID RF opérant à une fréquence micro-onde  $f$  présente une impédance qui est une fonction périodique en  $\Phi_0$  du flux magnétique instantané  $\Phi_a$  appliqué à l'anneau du SQUID. Cette propriété peut être utilisée pour étalonner des atténuateurs à des fréquences radio. Dans le cas idéal et pour un SQUID non hystérétique, SQUID caractérisé par un faible courant critique  $I_0 < \Phi_0/2\pi L$ , fonctionnant dans un régime non-adiabatique ( $f > R/2\pi L$ ), la tension de sortie du SQUID est en effet une fonction sinusoïdale parfaite de  $\Phi_a$  :

$$V_{\text{SORTIE}}(\Phi_a) = V_0 \sin(2\pi\Phi_a/\Phi_0) \quad (41)$$

De même, la puissance réfléchiée par le SQUID variera aussi comme une sinusoïde :

$$P(\Phi_a) = P_{\text{offset}} + P_0 \sin(2\pi\Phi_a/\Phi_0) \quad (42)$$

Considérons maintenant un flux appliqué  $\Phi_a(t) = \Phi_a \cos(2\pi f_a t)$  variant dans le temps à une fréquence  $f_a$  bien inférieure à la fréquence de pompe (typiquement  $f_a \approx f/10$ ) mais nettement supérieure à la fréquence de coupure de la bande passante du circuit de détection, il est facile de montrer que la puissance réfléchiée moyennée sur le temps est donnée par :

$$P = P_{\text{offset}} + P_0 J_0(2\pi\Phi_a/\Phi_0), \quad (43)$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre zéro.

Comme le montre la figure 20, le flux appliqué est créé au travers d'une inductance mutuelle par un courant  $I$  qui

traverse l'atténuateur A à étalonner. La partie principale de la puissance réfléchiée suivra la fonction de Bessel d'ordre zéro de ce courant  $J_0(2\pi I/I_0)$ . La détection et le comptage de passages à zéro de  $J_0(2\pi I/I_0)$  permettent de calculer des rapports de courants radiofréquence et ainsi d'étalonner l'atténuateur avec précision. Les passages par zéro de la fonction de Bessel sont détectés en appliquant un signal basse fréquence (1 kHz) au SQUID et en enregistrant les zéros à la sortie d'un amplificateur à verrouillage de phase.

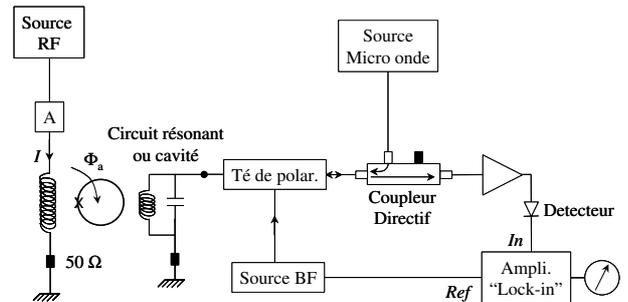


Fig. 20. – Circuit de base d'une mesure d'affaiblissement à haute fréquence à partir d'un SQUID excité à une fréquence micro-onde.

Il y a plusieurs décennies, des LNM adoptèrent de telles méthodes pour étalonner des atténuateurs [116-119]. Le SQUID à pompage micro-onde consistait typiquement en une jonction à pointe ajustable montée dans un guide d'onde supraconducteur à proximité de son extrémité court-circuité à une distance d'un quart de la longueur d'onde<sup>14</sup>. Les meilleurs résultats obtenus par les LNM faisaient état d'une incertitude de 0,001 dB avec une dynamique de plus de 100 dB à des fréquences allant du continu à 1 GHz. A partir de ces expériences passées avec cette première génération de SQUID à pompage micro-onde, deux sources possibles étaient connues pour créer des écarts entre la tension de sortie instantanée du SQUID et une sinusoïde parfaite et donc des erreurs de linéarité sur l'affaiblissement mesuré.

La première possibilité est la pauvre qualité de la jonction elle-même qui conduit en un courant critique inhomogène et par conséquent ajoute des termes d'erreur à la relation Josephson reliant le supercourant à la phase *via* une sinusoïde parfaite.

La seconde cause est l'influence de la puissance du signal de mesure sur la résistance tunnel des quasiparticules, *ie* la résistance  $R$  de la jonction Josephson décrite par le modèle RCSJ (*cf* Annexe). Cet effet devient significatif aux hautes fréquences [118]. De plus, l'aspect routinier des mesures d'affaiblissement était limité par le manque de fiabilité de la jonction.

Les deux inconvénients ci-dessus pourraient être résolus aujourd'hui du fait d'une meilleure connaissance des dispositifs à SQUID et d'une technologie améliorée

14 - L'utilisation des jonctions à pointe ajustables (en niobium ou en tantale) était préférée à celle des microponts pour lesquels des résultats reportaient une erreur significative en affaiblissement, en partie causée par le mauvais contact thermique de la jonction avec le bain d'hélium.

pour la fabrication des jonctions, et ainsi l'utilisation des SQUID à pompage micro-onde, en particulier les SQUID à basse température critique<sup>15</sup>, pour améliorer la mesure d'affaiblissement avec une incertitude inférieure à 0,001 dB pourrait être reconsidérée comme une alternative à la méthode impliquant l'affaiblisseur à onde évanescente comme étalon primaire.

## 5. Conclusion et perspectives

Cet article a démontré que les applications des SQUID les mieux développées et les plus largement utilisées pour la métrologie prennent leur essence dans le domaine des mesures électriques (sur une large gamme de fréquence et sur des échelles de valeurs), de la spectroscopie en photons X et gamma et en thermométrie (à des températures cryogéniques). Cela peut ne pas rester toujours le cas. Il a été observé que la métrologie (englobant à la fois les mesures de précision et les étalons) fournit les toutes premières applications de beaucoup de nouvelles branches de la physique ; La liste des exemples ne se limitent pas seulement aux effets Josephson et à l'effet Hall quantique mais comprend aussi beaucoup d'innovations en physique non reliées aux SQUID telles que le refroidissement des atomes par laser, la condensation de Bose-Einstein, *etc.* Dans cette partie finale, nous discutons des applications métrologiques futures des SQUID que les auteurs voient comme potentiellement importantes.

### 5.1. La relation entre métrologie quantique et mesure quantique

Comme les SQUID rendent possible l'étude des régimes dominés par le Principe d'Incertitude, la relation entre les fondements de la mesure quantique et la métrologie quantique se précise. En même temps, l'exigence de réaliser des mesures de grande exactitude à des échelles de longueurs encore plus petites induit un décalage de paradigme dans la nature de la métrologie électrique (et autre). Ainsi, comme cela a été précédemment mis en évidence dans cet article, quand il s'agit de dispositifs à un électron, le paramètre électrique à mesurer n'est plus la grandeur classique continue – le courant électrique – mais plutôt la charge électrique quantifiée. De façon similaire, dans des circuits électroniques faiblement

---

15 -Des SQUID amortis à base de supraconducteurs HTc tels que  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  pourraient également être étudiés quoique des travaux récents ont dévoilé la nature complexe de la relation courant-phase dans des jonctions Josephson à base de cuprate [120]. Ainsi dans des jonctions à joints de grain de symétrie d'état  $d$  idéale avec un angle de désorientation de  $\pi/4$ , il ne devrait pas y avoir de composante  $\sin\phi$  fondamentale puisque un point nodal du paramètre d'ordre  $d$  d'un côté de la jonction devrait coïncider avec un point anti nodal de l'autre côté; ici  $\phi$  est la différence de phase à travers la jonction. Dans des jonctions réelles quoique la composante fondamentale est de valeur finie, il y aura aussi une plus grande contribution (et probablement prépondérante) du second harmonique (variant en  $\sin 2\phi$ ) dans la relation courant - phase. Le rapport entre les termes du premier et deuxième harmonique peut aussi être fortement dépendant de la température. Ainsi, il semble peu vraisemblable que les SQUID HTc puissent être intéressants pour des mesures d'affaiblissement micro-onde.

supraconducteurs, c'est le passage d'un quantum de flux qui représente la mesure électrique de base et non plus la variable continue classique qu'est la tension. La métrologie doit procéder à ce changement de mesurandes pour traiter des mesures relevant des régimes quantique et nanoscopique et les SQUID sont bien placés pour permettre la transition comme nous allons le voir ci-dessous.

### 5.2. Condition requise pour des mesures en nanomagnétisme (spintronique)

Avec l'importance croissante de la composante spin dans le transport d'électrons pour des futurs dispositifs (*e.g.* effets de magnétorésistance géante et colossale, vannes de spin, jonctions tunnel magnétique *etc.*) la possibilité du SQUID de détecter le plus petit niveau de polarisation de spin nécessite qu'il soit optimisé. Ici, les exigences pour des SQUID sont opposées à celles rencontrées pour du sondage de champs magnétiques : la boucle du SQUID sonde directement le spin et son aire doit être minimisée, avec nécessité d'un couplage optimal des spins.

Les applications les plus courantes des SQUID ont concerné la mesure de variations de densité de flux magnétique avec une sensibilité extrême. En pareilles circonstances, il est important de maximiser l'aire de détection de la bobine d'entrée couplée au SQUID. Dans un champ d'importance croissante d'applications plus récentes, principalement reliées à la spintronique et à l'ordinateur quantique, le SQUID est utilisé pour détecter l'aimantation ou la variation d'aimantation dans un échantillon micronique ou sub-micronique. Dans ces cas, un ensemble plutôt différent de conditions s'applique [121-123]. Deux problèmes majeurs sont à résoudre afin de développer davantage de tels dispositifs et d'étendre leur applicabilité à l'étude des échantillons de dimension nanométrique : d'abord atteindre la sensibilité requise pour détecter un faible nombre de spins et ensuite faciliter le dépôt de tel petit échantillon au sein de la boucle du SQUID. Cela permettra à bon nombre d'applications métrologiques traitées dans cet article d'être transférées dans l'avenir à l'échelle nano.

### 5.3. Le défi du spin unique

De façon ultime, le SQUID rend possible la détection des retournements d'un unique spin électronique, permettant la résonance de spin électronique et autres manipulations de spin d'être réalisées sur un seul spin. Récemment, la détection d'un spin unique a été effectuée au moyen d'un dispositif de mesure à résonance magnétique mécanique [124] mais cette technique est plutôt spécialisée et a des applications limitées. Si des spins uniques sont utilisés pour fixer une taille limite plus faible d'un élément de stockage de domaine magnétique, ils sont aussi utilisés comme des réalisations possibles les plus prometteuses des qubits dont dépendra le calcul quantique. Dans une telle situation de détection de spin unique, le SQUID est dispensé de bobine d'entrée et de transformateur de flux ; C'est donc un SQUID « nu » qui

est utilisé. Diminuer l'aire de la boucle du SQUID (ce qui réduit son inductance) peut augmenter la sensibilité en énergie du dispositif jusqu'à atteindre la limite quantique. En outre, un dispositif incorporant un SQUID de faible aire de boucle est moins sensible aux champs magnétiques externes, le rendant ainsi idéal pour sonder les échantillons situés dans la boucle du SQUID. En limite thermique, la résolution en énergie du SQUID, de capacité  $C$  et d'inductance  $L$ , fonctionnant à une température  $T$  est donnée par [125] :

$$\varepsilon = 16 k_B T (LC)^{1/2}. \quad (44)$$

La résolution en spin électronique est donnée par :

$$S_n = d S_\Phi^{1/2} / (2\pi\mu_B\mu_0), \quad (45)$$

en unités de spins (de moment  $\mu_B$ ) par  $\sqrt{\text{Hz}}$ , où  $S_\Phi$  est la densité spectrale de puissance de bruit en flux, reliée à la sensibilité en énergie par  $S_\Phi = 2\varepsilon L$ , et  $d$  est la dimension de la boucle du SQUID, graduée par un facteur géométrique compris entre 1 et 10. Dans des mesures effectuées sur une série de SQUID DC en niobium avec des dimensions  $d$  allant de  $3 \mu\text{m}$  à  $100 \mu\text{m}$ , il a été démontré que la résolution en flux magnétique montre une loi linéaire en fonction de  $d$  attendue. Le dispositif le plus petit a une résolution d'environ 40 spins dans une bande passante de 1 Hz limitée par le bruit du préamplificateur à température ambiante placé en premier étage de la ligne d'amplification. L'extrapolation de cette loi à des SQUID ayant  $d \approx 100 \text{ nm}$  devrait permettre la détection des retournements d'un spin électronique unique. Ce travail a été récemment étendu par Jamet *et al.* [126] à des SQUID à peine sub-microniques (réalisés à partir de jonctions Josephson en niobium de type long pont de Dayem) pour étudier l'anisotropie magnétique de nanoparticules contenant juste  $10^3$  atomes de cobalt.

#### 5.4. Détection SQUID et triangle métrologique quantique

Le but général des expériences du triangle métrologique quantique est de vérifier avec une très faible incertitude la cohérence des valeurs déduites des constantes impliquées dans ces trois phénomènes quantiques ou, en d'autres termes, de confirmer que ces phénomènes physiques de la matière condensée dans lesquels les interactions entre particule sont indubitablement fortes conduisent aux valeurs d'espace libre des constantes  $2e/h$ ,  $h/e^2$  and  $e$ . L'incertitude cible pertinente est de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-8}$ . S'il n'y a pas d'écart, alors notre confiance que ces trois phénomènes nous fournissent  $2e/h$ ,  $h/e^2$  et  $e$  sera considérablement renforcée. Tout désaccord robuste induira des travaux supplémentaires aussi bien expérimentaux que théoriques.

La fermeture du triangle métrologique quantique à l'incertitude requise de  $1 \cdot 10^{-8}$  ou moins, devrait être assistée par des améliorations dans des SQUID, des techniques microlithographiques et de nouveaux dispositifs SET qui pourraient générer des courants exacts d'intensité aussi élevée que 100 pA. Plusieurs idées sont actuellement à l'étude pour la réalisation de sources de

courant fonctionnant à haute fréquence: dispositifs SETSAW améliorés [127], pompes à paires de Cooper comme généralisation de pompe à un électron [128]. Très récemment, un tourniquet à paire de Cooper a été proposé. Il consiste en deux SQUID mésoscopiques formant entre eux un îlot supraconducteur équipé d'une grille [129] (fig. 21). Cette dernière offre la possibilité d'un transfert cohérent de charges à paire de Cooper, une par une, sous l'action d'un signal RF appliqué, avec une grande exactitude à une fréquence supérieure à la fréquence de travail qui a été démontrée avec des pompes à électrons, écluses ou dispositifs SETSAW.

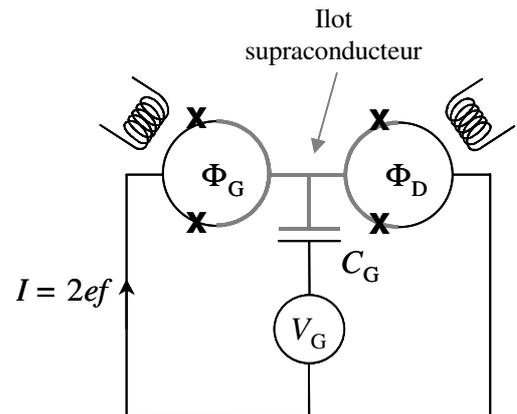


Fig. 21. – Vue schématique d'une écluse à paires de Cooper. Le courant des paires de Cooper est contrôlé en variant périodiquement et de façon synchrone la tension de grille  $V_G$  appliquée à l'îlot *via* une capacité ( $C_G$ ) et les flux magnétiques  $\Phi_D$  et  $\Phi_G$  au travers des deux boucles de SQUID. L'îlot supraconducteur est indiqué en gris.

La fermeture du triangle métrologique quantique avec le but de renforcer notre confiance en l'effet Josephson, l'effet Hall quantique et l'effet tunnel à un électron, de fournir les rapports des constantes fondamentales  $h/e^2$ ,  $2e/h$  et  $e$  peut être vue comme *un pont entre les physiques microscopiques et macroscopiques* [130] qui doit être établi en vue d'une nouvelle structure du Système International d'Unités, fondée complètement sur des constantes fondamentales. Il n'est pas clair quand cette nouvelle formulation du SI prendra effet mais quand ce sera le cas, il est attendu que des SQUID joueront un rôle important dans son implantation.

#### Remerciements

Les auteurs remercient vivement John Clark et Alex Braginski pour leurs commentaires, suggestions et corrections dans la réalisation du chapitre « *SQUIDs for Standards and Metrology* » [1], et les collègues du NIST et de la PTB pour leurs remarques. Un des auteurs tient également à remercier Elvire Leblanc (LNE-LNHB) pour son aide précieuse sur la partie traitant de la métrologie des rayonnements ionisants, François Delahaye (BIPM), Barry Wood (CNRC) et les collègues les plus proches du LNE pour lui avoir prodigué des conseils.

# Annexe : Principe de fonctionnement et performances des SQUID

## A.1. Introduction

Cette annexe présente de façon très succincte le principe de fonctionnement des SQUID DC et RF en rappelant les deux effets de base sur lesquels il repose : la quantification du flux traversant une boucle fermée supraconductrice et les phénomènes quantiques apparaissant aux bornes d'une jonction Josephson. Quelques éléments sur l'électronique associée au SQUID sont ensuite donnés, suivis par une présentation des performances actuelles. Les SQUID font l'objet de nombreuses publications et de très bonnes descriptions paraissent régulièrement. Le lecteur désireux d'en savoir davantage peut se reporter par exemple aux références [2, 131-133].

## A.2. Quantification du flux

Tout flux magnétique traversant un anneau supraconducteur placé à une température inférieure à sa température critique est quantifié, prenant des valeurs entières de quantum de flux,  $\Phi = n\Phi_0$ , avec  $\Phi_0 = h/2e$  où  $h$  est la constante de Planck et  $e$  la charge élémentaire. Cette quantification résulte du fait qu'une partie des électrons libres du matériau supraconducteur, en s'appariant pour créer des paires de Cooper, forme un condensat : ils occupent tous le seul et même état quantique qui est décrit par une fonction d'onde unique  $\psi = |\psi|e^{i\phi}$ , avec une phase  $\phi$  cohérente sur des distances macroscopiques. Cette phase ne pouvant avoir qu'une seule valeur à  $2n\pi$  près en un point de l'anneau, son intégrale sur un contour fermé à l'intérieur de l'anneau est égale à  $2n\pi$ . On montre aussi que l'application d'un champ magnétique induit une variation de la phase le long de l'anneau telle que :

$$d\phi = 4\pi(e/h) \vec{A} \cdot d\vec{l}, \tag{A1}$$

où  $\vec{A}$  est le potentiel vecteur du champ d'induction magnétique. Par intégration de  $d\phi$  sur le même contour fermé puis en passant par une intégration sur la surface délimitée par le contour (en appliquant le théorème de Stokes), on déduit que le flux traversant cette surface est bien égal à  $n\Phi_0$ .

## A.3. Effets Josephson

Si l'on considère maintenant le cas de deux éléments supraconducteurs faiblement couplés, par exemple séparés par une fine couche isolante, la différence de phase entre les fonctions d'onde des deux états quantiques en regard induit deux effets remarquables en accord avec les prédictions de Josephson [134] :

- des paires de Cooper franchissent la jonction par effet tunnel sans même qu'une chute de tension soit appliquée, conduisant à un supracourant continu :

$$I = I_0 \sin\phi \tag{A2}$$

où  $I_0$  est la valeur maximale du supracourant ( $I_0$  est appelé le courant critique de la jonction) et  $\phi$  est la différence de phase entre les fonctions d'onde des deux supraconducteurs ;

- Une tension constante  $V$  à travers la jonction induit une oscillation du supracourant à une fréquence :

$$f = (2e/h) V = V/\Phi_0. \tag{A3}$$

La chute de tension appliquée conduit en effet à une variation temporelle de la différence de phase due à un échange d'énergie  $2eV$  lors d'un transfert tunnel d'une paire de Cooper :

$$d\phi/dt = 2\pi V/\Phi_0. \tag{A4}$$

C'est ce second effet reliant directement une tension à une fréquence qui permet de disposer aujourd'hui d'étalon de tension parfaitement reproductible et universel [10,11,82,135]. Dans la pratique, l'oscillation du supracourant est verrouillée en phase par une source externe qui alimente la jonction avec un courant alternatif à une fréquence micro-onde  $f$ . Une série de marches apparaît alors sur la caractéristique  $I-V$  à des valeurs constantes de la tension :

$$V_n = n (h/2e) f, \text{ où } n \text{ est un entier.} \tag{A5}$$

En guise d'illustration, la figure A1 montre plusieurs types de jonction au sein desquels les effets Josephson apparaissent.

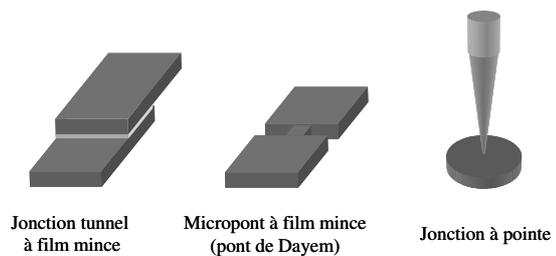


Fig. A1. – Différents types de jonctions Josephson.

## A.4. Modèle RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction)

La théorie des SQUID s'appuie généralement sur l'utilisation du modèle RCSJ de Stewart-McCumber [136,137] qui donne une bonne approximation de la jonction Josephson. Dans ce modèle (fig. A2), le circuit équivalent de la jonction connectée à une source externe consiste en trois branches en parallèle où circulent respectivement :

- le supracourant  $I_J = I_0 \sin \varphi$  ;
- le courant porté par les quasiparticules  $I_q = V/R$  où  $V$  est la chute de tension aux bornes de la jonction et  $R$  la résistance tunnel de la jonction<sup>16</sup> ;
- le courant de déplacement  $I_D = CdV/dt$  due à la capacité  $C$  entre les électrodes.

La somme des courants doit évaluer le courant  $I$  ( $I = I_{dc} + I_1 \sin \omega t$ ) fourni par la source externe. L'élimination de  $V$  en utilisant la relation (A4) conduit à une équation différentielle du second ordre :

$$i = d^2\varphi/d\tau^2 + \beta_C^{-1/2}d\varphi/d\tau + \sin \varphi, \quad (A6)$$

en introduisant les grandeurs sans dimension  $i = I/I_0$ ,  $\tau = 2\pi f_P t$  où  $f_P = (eI_0/\pi h C)^{1/2}$  est la fréquence plasma, et le paramètre de Stewart-McCumber  $\beta_C = 2\pi I_0 R^2 C / \Phi_0^2$  (ou encore  $\beta_C = (f_P/f_{RC})^2$  avec  $f_{RC} = 1/2\pi RC$  la fréquence de relaxation). Selon la valeur de  $\beta_C$ , la jonction présente deux modes de fonctionnement bien distincts.

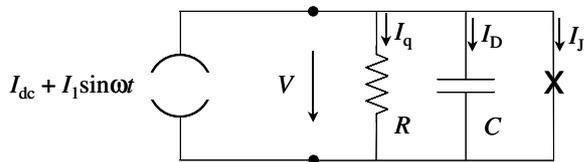


Fig. A2. – Circuit électrique équivalent d'une jonction Josephson selon le modèle de Stewart-McCumber.

Pour  $\beta_C > 1$ , la caractéristique  $I$ - $V$  de la jonction, quand celle-ci est polarisée uniquement par un courant continu ( $I = I_{dc}$ ), présente une hystérésis : En augmentant le courant de polarisation, la tension commute brusquement à une valeur non nulle dès que  $I$  excède  $I_0$  mais elle retourne à zéro seulement quand  $I$  revient à une valeur inférieure à  $I_0$ . La jonction est alors qualifiée d'hystérétique (on parle aussi de jonction sous-amortie).

Pour les jonctions telles que  $\beta_C \leq 1$ , il n'y a pas d'hystérésis sur  $I$ - $V$ . On dit alors que la jonction est non-hystérétique ou sur-amortie.

Le dépôt d'une résistance de shunt est généralement la solution préconisée pour éviter le régime d'hystérésis d'une jonction naturellement hystérétique. Une autre possibilité est l'augmentation de la température, qui induit une diminution du courant critique  $I_0$ .

Dans le cas général d'une valeur finie de  $\beta_C$  (ie une capacité de jonction non négligeable), le comportement dynamique de la jonction est obtenu par une résolution numérique de l'équation (A6)<sup>17</sup>.

16 - En première approximation, on néglige la source de courant de bruit associée à la résistance  $R$ .

17 - En considérant le cas d'une source externe de fréquence micro-onde (pour la mise en œuvre des étalons de tension Josephson), il est montré que, selon la valeur de  $\beta_C$ , les caractéristiques  $I$ - $V$  de la jonction peuvent présenter des marches de tension stables qui coupent ( $\beta_C > 1$ ) ou ne coupent pas ( $\beta_C \leq 1$ ) l'axe des tensions à courant nul.

## A.5. SQUID continu

Le SQUID continu, ou SQUID DC, consiste en un anneau supraconducteur interrompu par deux jonctions Josephson et alimenté par un courant continu [138]. Les jonctions sont en général non-hystérétiques et avec de préférence des propriétés technologiques identiques (par exemple des courants critiques  $I_{01}$  et  $I_{02}$  égaux). Le SQUID DC peut être assimilé dans un premier temps à une jonction Josephson dont le courant critique correspondrait à la somme des courants critiques  $I_0 = I_{01} + I_{02}$ . Néanmoins, il est montré que ce courant critique est une fonction périodique du flux magnétique traversant l'anneau, cette modulation étant due à l'interférence des fonctions d'ondes supraconductrices dans les deux branches.

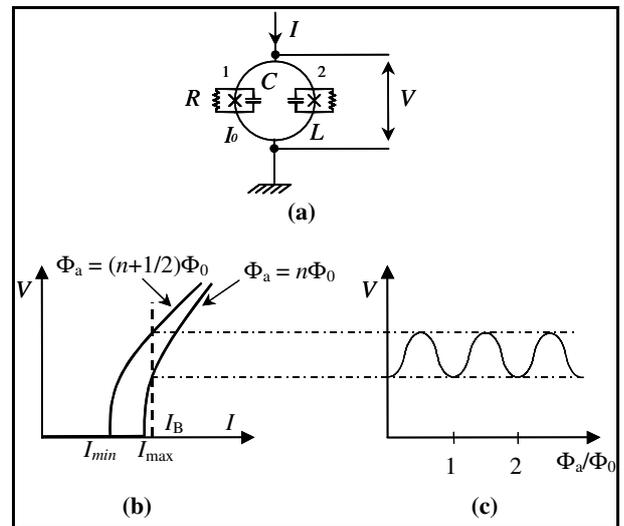


Fig. A3. – SQUID DC ;

(a) Représentation schématique en utilisant le modèle RSCJ pour les jonctions ( $R$  la résistance,  $C$  la capacité),  $L$  correspond à l'inductance de l'anneau ;

(b) Caractéristiques  $I$ - $V$  pour des valeurs entières et demi-entières de  $\Phi_a/\Phi_0$  où  $\Phi_a$  est le flux appliqué ;

(c) Tension en fonction de  $\Phi_a/\Phi_0$  pour un courant de polarisation  $I$  fixé à une valeur  $I_B > I_{max}$ .

La figure A3 montre les caractéristiques courant-tension extrêmes d'un SQUID DC correspondantes à des valeurs  $n\Phi_0$  et  $(n+1/2)\Phi_0$  du flux appliqué. Lorsque le SQUID est alimenté par un courant constant approprié  $I_B$ , les variations de flux vont provoquer des oscillations de la tension de période  $\Phi_0$ . La réponse du SQUID aux petits signaux sera maximale quand le coefficient de transfert flux-tension  $V_\Phi = |(\partial V/\partial \Phi)_I|$  sera lui-même maximal, c'est-à-dire à des valeurs de flux proches de  $(2n+1)\Phi_0/4$ . Dans des conditions optimales,  $V_\Phi$  est donné approximativement par  $V_\Phi \approx R/L \approx 1/(\pi LC)^{1/2}$ .

Comme pour la jonction Josephson unique, le comportement dynamique du SQUID DC ne peut être étudié en général que par voie numérique. Considérons le courant continu  $I$  appliqué à l'anneau supraconducteur. Il se divise dans les deux branches parallèles en deux

courants dont les intensités  $I_1$  et  $I_2$  correspondent, en accord avec le modèle RSCJ, respectivement à la somme du supracourant, du courant des quasiparticules et du courant de déplacement au travers de chaque jonction 1 et 2.

L'asymétrie des courants  $I_1$  et  $I_2$  peut être décrite par un courant  $J = (I_1 - I_2)/2$  circulant le long de l'anneau. En réécrivant l'équation (A6) appliquée aux deux jonctions, on obtient :

$$(I/2 + J)/I_{01} = d^2\varphi_1/d\tau_1^2 + \beta_{C1}^{-1/2}d\varphi_1/d\tau_1 + \sin\varphi_1 \quad (A7)$$

$$(I/2 - J)/I_{02} = d^2\varphi_2/d\tau_2^2 + \beta_{C2}^{-1/2}d\varphi_2/d\tau_2 + \sin\varphi_2 \quad (A8)$$

Par ailleurs, on démontre que les différences de phase  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  au travers de chacune des deux jonctions sont liées au flux appliqué  $\Phi_a$  par la relation :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi(\Phi_a + LJ)/\Phi_0, \quad (A9)$$

La résolution numérique de cet ensemble de trois équations à trois inconnues ( $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $J$ ) et la prise en compte de la seconde relation Josephson (A4) permettent, entre autre, de mettre en évidence la modulation périodique du courant de circulation  $J$  et de la tension  $V$  aux bornes du SQUID en fonction du flux magnétique.

Le SQUID se caractérise comme détecteur de flux très sensible par ses performances en niveau de bruit. Dans des conditions optimales de fonctionnement, on montre que la densité spectrale de bruit en flux magnétique se réduit approximativement à un terme de bruit blanc :

$$S_\Phi(f) \approx 16kTL^2/R \quad (A7)$$

qui a pour origine la tension de bruit Nyquist et les fluctuations de courant générées par les résistances de shunt des jonctions Josephson. L'autre paramètre caractéristique du SQUID est sa résolution en énergie, ou encore l'énergie minimum détectable, déterminée par  $S_\Phi(f)/2L$ . En supposant toujours les conditions optimales,  $\varepsilon$  a pour expression :

$$\varepsilon \approx 9k_B TL/R \approx 16kT(LC)^{1/2} \quad (A8)$$

### A.6. SQUID radiofréquence

Le SQUID radiofréquence, ou SQUID RF, dont une représentation schématique est montrée en figure A4, est un anneau supraconducteur fermé par une seule jonction Josephson, celle-ci étant non-hystérétique [139]. L'interférence quantique est obtenue ici en injectant un courant alternatif radiofréquence  $I_{RF}$  dans un circuit résonant couplé inductivement à l'anneau, la fréquence du courant étant proche ou égale à la fréquence de résonance du circuit.

La quantification du flux au travers de l'anneau en présence de la jonction Josephson impose la condition suivante sur le flux total  $\Phi_T$  traversant l'anneau

$$2\pi\Phi_T/\Phi_0 + \varphi = 2\pi n \quad (A9)$$

où  $\varphi$  est la différence de phase de la fonction d'onde supraconductrice de part et d'autre de la jonction et  $n$  un entier. Par ailleurs, le flux total est donné par

$$\Phi_T = \Phi_a + LI \quad (A10)$$

où  $L$  est l'inductance de l'anneau et  $I$  le supracourant. En appliquant la première relation Josephson (A2) et par élimination de  $\varphi$ , on arrive à l'expression finale

$$\Phi_T = \Phi_a - LI_0 \sin(2\pi\Phi_T/\Phi_0). \quad (A11)$$

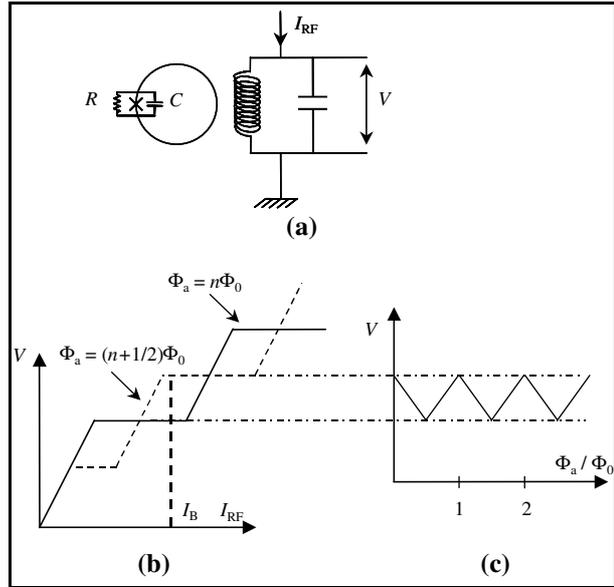


Fig. A4. – SQUID RF ;

- (a) Représentation schématique avec le circuit résonant ;
- (b) Caractéristiques  $I$ - $V$  pour des valeurs entières et demi-entières de  $\Phi_a/\Phi_0$  ;
- (c) Tension de forme « triangulaire » en fonction de  $\Phi_a/\Phi_0$  pour un courant radiofréquence dont l'amplitude  $I_{RF}$  est fixée à une valeur  $I_B$ .

L'étude de cette relation conduit à deux types de comportements du SQUID RF selon la valeur du paramètre  $\beta_{rf} = 2\pi LI_0/\Phi_0$ . Pour  $\beta_{rf} < 1$ , la variation de  $\Phi_T$  en fonction de  $\Phi_a$  est partout croissante et elle n'est pas hystérétique. Par contre pour  $\beta_{rf} > 1$ , si l'on considère la pente  $d\Phi_T/d\Phi_a$ , celle-ci est successivement positive, divergente puis négative selon des plages de valeurs de  $\Phi_a$ . Il en résulte une variation discontinue (par sauts non entièrement quantifiés) et hystérétique de  $\Phi_T$  avec  $\Phi_a$ . Le SQUID RF peut fonctionner dans les deux régimes. Dans le mode hystérétique le plus courant, le flux radiofréquence  $\Phi_{rf}$  induit dans la boucle de SQUID provoque des transitions du SQUID entre des états quantiques et dissipe de l'énergie à un taux qui est périodique en  $\Phi_a$ . Cette dissipation module en retour le facteur de qualité du circuit résonant. Quand ce dernier est porté à la résonance avec un courant  $I_{rf}$  d'amplitude constante  $I_B$ , la tension à ses bornes,  $V$ , est périodique en  $\Phi_a$  (fig. A4).

La résolution en énergie du SQUID RF est donnée par :

$$\varepsilon \approx LI_0^2 \Gamma^{4/3} / 2\omega_{rf} \quad (A12)$$

où  $\Gamma = 2\pi k_B T / I_0 \Phi_0$  correspond au rapport entre l'énergie de fluctuations thermiques et l'énergie de couplage Josephson, et  $\omega_{rf}$  la pulsation du courant radiofréquence. Dans la limite des basses fluctuations thermiques,  $\Gamma \ll 1$ , la résolution en énergie est approximativement donnée par l'expression :

$$\varepsilon \approx 3k_B T L / \beta_{rf}^2 R \quad (A13)$$

### A.7. Linéarisation de la réponse du SQUID

La plupart des SQUID, qu'ils soient à une ou deux jonctions, fonctionnent avec une boucle de contre-réaction de flux et un circuit de modulation de flux à basses fréquences (fig. A5). Ceci permet d'obtenir une réponse linéaire en fonction du flux magnétique appliqué avec une très grande dynamique. Cette linéarisation doit être effectuée sans apport de bruit.

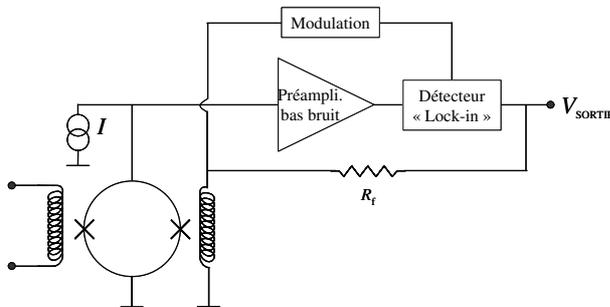


Fig. A5. – Schéma d'un SQUID DC à verrouillage de flux.

Cette condition est généralement satisfaite pour les SQUID DC. La tension alternative basse fréquence est mesurée aux bornes d'un préamplificateur bas bruit dont la température équivalente de bruit est typiquement de l'ordre de 1 K (pour des fréquences d'une centaine de kilohertz) à comparer à la température usuelle de 4,2 K où se trouve le SQUID. Par contre pour les SQUID RF, les préamplificateurs radiofréquences utilisés, habituellement placés à température ambiante, ont une température de bruit telle qu'il est très rare d'atteindre le niveau de bruit intrinsèque exprimé par les relations (A12) ou (A13) [2].

### A.8. Performances

Depuis plus d'une décennie, à partir des progrès réalisés sur les procédés technologiques de fabrication de couches minces (rendant possible la réalisation de deux jonctions Josephson de caractéristiques identiques) et sur leur mise en œuvre, les SQUID DC, du fait de leurs meilleures performances, sont davantage utilisés que les SQUID RF. Pour revenir au progrès technologique, notons qu'au tout début, les premiers SQUID étaient composés de jonction à pointe (fig. A1), ils étaient non scellés et avaient la réputation d'être difficiles à maintenir en fonctionnement et étaient enclins aux pannes.

Aujourd'hui, les SQUID ont une stabilité étonnante et semblent fonctionner pendant des décennies en subissant des milliers de cyclages thermiques.

Pour les SQUID DC fondés sur des supraconducteurs à basse température critique, la densité spectrale de bruit en flux magnétique  $S_\Phi$  et la résolution en énergie  $\varepsilon$  sont respectivement de l'ordre de  $10^{-6} \Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$  et quelques  $10^{-33} \text{ J/Hz}$  à 4,2 K en régime de bruit blanc [140]. Le recouvrement du bruit blanc et du bruit excédentaire (bruit en  $1/f$ ) apparaît typiquement en dessous de 1 Hz. La portée dynamique excède 120 dB et le taux de balayage qui définit le taux maximum auquel la boucle verrouillée en flux peut suivre les variations de flux s'élève à  $10^6$  voire  $10^7 \Phi_0/\text{s}$ . Les SQUID RF hystérétiques à basse température critique présentent en général un bruit blanc en flux compris entre  $10^{-6} \Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$  et  $10^{-5} \Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$  et une résolution en énergie de l'ordre de  $10^{-31} \text{ J/Hz}$ . A noter que des performances équivalentes à celles des SQUID DC ont été obtenues avec un SQUID RF non-hystérétique [140]. Enfin, pour les SQUID à haute température critique, qu'ils soient RF ou DC, les performances sont moins bonnes, avec typiquement un bruit blanc en flux de l'ordre de  $10^{-5} \Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$  et une résolution en énergie supérieure à  $2 \cdot 10^{-31} \text{ J/Hz}$  [140].

A titre de comparaison, le tableau ci-dessous présente les meilleures performances en bruit des SQUID RF et DC commercialement disponibles (entre parenthèses est indiquée la fréquence du courant radiofréquence injecté dans le circuit résonant).

	$S_\Phi$ en $\mu\Phi_0/\text{Hz}^{1/2}$	$\varepsilon$ en $10^{-30} \text{ J/Hz}$
SQUID RF ( $f_0 = 20 \text{ MHz}$ )	70	70
SQUID RF ( $f_0 = 200 \text{ MHz}$ )	30	20
SQUID DC	3	0,1

## Références

- [1] GALLOP J. et PIQUEMAL F., "SQUIDS for Standards and Metrology", Chapitre 9 dans "The SQUID Handbook", Vol. 2, John Clark et Alex I. Braginski (Editeurs), Wiley-VCH Verlag GmbH&Co, KGaA, Weinheim, 2006.
- [2] "The SQUID Handbook": Vol. 1 "Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID Systems", Vol. 2 "Applications", John Clark et Alex I. Braginski (Editeurs), Wiley-VCH Verlag GmbH&Co, KGaA, Weinheim, 2004 et 2006.
- [3] CLARKE J., "A superconducting galvanometer employing Josephson tunnelling", *Phil. Mag.*, **13**, pp. 115-127, 1966.
- [4] CLARKE J., LEE A.T., MÜCK M. et RICHARDS P.L., "SQUID Voltmeters and Amplifiers", Chapitre 8 dans "The SQUID Handbook", Vol. 2, John Clark et Alex I. Braginski (Editeurs), Wiley-VCH Verlag GmbH&Co, KGaA, Weinheim, 2006.
- [5] CLARKE J., "An experimental comparison of the Josephson voltage frequency relation in different superconductors", *Phys. Rev. Lett.*, **21**, 1566-1569, 1968.
- [6] JAIN A.K., LUKENS J.E. et TSAI J.S., "Test for relativistic gravitational effects on charged particles", *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1165-1168, 1987.
- [7] TSAI J.S., JAIN A.K. et LUKENS J.E., "High precision test of the universality of the Josephson voltage-frequency relation", *Phys. Rev. Lett.*, **51**, 316-319, 1983.
- [8] CIPM, « Représentation du volt au moyen de l'effet Josephson », Recommandation 1 (CI – 1988), 77<sup>e</sup> session, 1988.
- [9] MOHR P.J. et TAYLOR B.N., "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2002", *Rev. Mod. Phys.*, **77**, 1-107, 2005.
- [10] PÖPEL R., "The Josephson effect and voltage standards", *Metrologia*, **29**, n°2, 153-174, 1992.
- [11] HAMILTON C.A., "Josephson voltage standards", *Rev. Sci. Instrum.*, **71**, 3611-3623, 2000.
- [12] EICHENBERGER A., JECKELMANN B. et RICHARD P., "Tracing Planck's constant to the kilogram by electromechanical method", *Metrologia*, **40**, 356-365, 2003.
- [13] GENEVÈS G. et al., « La balance du watt : vers une nouvelle définition de l'unité de masse ? », *Revue française de métrologie*, à paraître.
- [14] SHIOTA F., MIKI Y., NAMBA A., NEZU Y., SAKAMOTO Y., MOROKUMA T. et HARA K., "Absolute determination of the magnetic flux quantum using superconducting magnetic levitation", *IEEE Trans. I&M*, **44**, 583-586, 1995.
- [15] SHIOTA F., MIKI Y., FUJI Y., MOROKUMA T. et NEZU Y., "Evaluation of equilibrium trajectory of superconducting magnetic levitation system for the future kg unit of mass", *IEEE Trans. I&M*, **49**, 1117-1121, 2000.
- [16] FRANTSUZ E.F., GORCHAKOV Y.D. et KHAVINSON V.M., "Measurements of the magnetic flux quantum, Planck constant, and elementary charge using superconducting magnetic levitation", *IEEE Trans. I&M*, **44**, 583-586, 1992.
- [17] RISKI K., HEIKKINEN P., KAJASTIE H., MANNINEN J., ROSSI H., NUMMILA K., FRANTSUZ E. et KHAVINSON V., "Design of a superconducting magnetic levitation system", dans *Proceedings of IMEKO TC3 2001*, 239-246, 2001.
- [18] SACHSLEHNER F., "Two-channel DC-SQUID picovoltmeter for the measurement of low-field Hall coefficient and electrical resistance from 4.2 to 100 K", *Cryogenics*, **38**, 293-298, 1998.
- [19] DELAHAYE F. et BOURNAUD D., "Low noise measurements of the quantized Hall resistance using an improved cryogenic current comparator bridge", *IEEE Trans. I&M*, **40**, 237-240, 1991.
- [20] MIKLICH A.H., KOELLE D., LUDWIG F., NEMETH D.T., DANTSKER E. et CLARKE J., (1995) "Picovoltmeter based on a high transition temperature SQUID", *Appl. Phys. Lett.*, **66**, 230-232.
- [21] ERIKSSON T., BLOMGREN J. et WINKLER D., "An HTS SQUID picovoltmeter used as preamplifier for Rogowski coil sensors", *Physica C*, **368**, 130-133, 2002.
- [22] DZIUBA R.F., FIELD B.F. et FINNEGAN T.F., "Cryogenic voltage comparator system for  $2e/h$  measurement", *IEEE Trans. I&M*, **23**, 264-267, 1974.
- [23] HARVEY I.K., "Cryogenic ac Josephson effect emf standard using a superconducting current comparator", *Metrologia*, **12**, 47-54, 1976.
- [24] HARVEY I.K., "Precise low temperature DC ratio transformer", *Rev. Sci. Instrum.*, **43**, 1626-1629, 1972.
- [25] SULLIVAN D.B. et DZIUBA R.F., "Low temperature direct current comparator", *Rev. Sci. Instrum.*, **45**, 517-519, 1974.
- [26] GROHMANN K., HAHLBOHM H.D., LÜBBIG H. et RAMIN H., "Construction principles and properties of ironless DC and AC current comparators with superconducting shields", *PTB Mitt.*, **83**, 313-318, 1973.
- [27] WILLIAMS J.M. et KLEINSCHMIDT P., "A cryogenic current comparator bridge for resistance measurements at currents of up to 100 A", *IEEE Trans. I&M*, **48**, 375-378, 1999.
- [28] ELMQUIST R.E., "Cryogenic current comparator measurements at 77 K using Thallium-2223 thick-film shields", *IEEE Trans. I&M*, **48**, 383-386, 1999.
- [29] ELMQUIST R.E. et DZIUBA R.F., "High-temperature superconductor cryogenic current comparator", *IEEE Trans. I&M*, **44**, 262-264, 1995.
- [30] ARRI E., BOELLA G., PAVESE F., NEGRO A., VANOLO M., DAGININO C. et LAMBERTI P., "Improved studies on an HTS current cryocomparator with thick-film YBCO toroidal shield", dans *Proceedings of CPEM'98*, Washington DC, 221-222, 1998.
- [31] HAO L., MACFARLANE J.C. et GALLOP J.C., "Ion beam measurement with a high-temperature superconductor SQUID and current comparator", *IEEE Trans. I&M*, **48**, 302-305, 1999.
- [32] EARLY M.D., JONES K., STAINES M.P. et EXLEY R.R., "Development of a split-toroid high-temperature superconducting cryogenic current comparator", *IEEE Trans. I&M*, **48**, 306-309, 1999.

- [33] EARLY M.D. et JONES K., "Optimum sensitivity of an externally shielded cryogenic current comparator", *IEEE Trans. I&M*, **46**, 459-462, 1997.
- [34] FRANTSUZ E.T., "On forward estimate of the sensitivity of a cryogenic current comparator", *Metrologia*, **35**, 847-851, 1998.
- [35] EARLY M.D. et VAN DAM M.A., "Results from a detailed calculation of the sensitivity of a cryogenic current comparator", *IEEE Trans. I&M*, **48**, 379-382, 1999.
- [36] SESÉ J., LERA F., CAMON G. et RILLO C., "Calculation of effective inductances of superconducting devices. Application to the cryogenic current comparator", *IEEE Trans. Appl. Supercon.*, **9**, 58-62, 1999.
- [37] RILLO C., SESÉ J., BARTOLOMÉ E., FLOKSTRA J., CAMON A. et RIETVELD G., "On the sensitivity of cryogenic current comparators : theory and experiments", *Metrologia*, **40**, 51-56, 2003.
- [38] GAY F., PIQUEMAL F. et GENEVÈS G., "Ultra low noise current amplifier based on a cryogenic current comparator", *Rev. of Sci. Instrum.*, **71**, 4592-4595, 2000.
- [39] GAY F., « Un comparateur cryogénique de courants pour la réalisation d'un étalon quantique basé sur l'effet tunnel monoélectron », *Thèse de Doctorat*, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, France, 2000.
- [40] SYMM G.T., "Design of a cryogenic current comparator", dans *Proceedings of the Boundary Elements XIV*, **1**, Field problem and applications, Brebbia C. A., Dominguez J. and Paris F. (Eds), 519-526, 1992.
- [41] SESÉ J., BARTOLOMÉ E., FLOKSTRA J., RIETVELD G., CAMON A. et RILLO C., "Simplified calculus for the design of a cryogenic current comparator", *IEEE Trans I&M*, **52**, 612-616, 2003.
- [42] SESÉ J., "Optimacion del patron cuantico de resistencia", *Thèse de Doctorat*, Université de Saragosse, Espagne, 1999.
- [43] GROHMANN K., HAHLBOHM H.D. et HECHTFISCHER D., "The cryo current comparator as a calculable DC ratio standard", *IEEE Trans. I&M*, **28**, 205-211, 1979.
- [44] SEPPÄ H., "The ratio error of the overlapped-tube cryogenic current comparator", *IEEE Trans. I&M.*, **39**, 689-697, 1990.
- [45] DELAHAYE F. et REYMANN D., "Progress in resistance ratio measurements using a cryogenic current comparator at LCIE", *IEEE Trans. I&M*, **34**, 316-319, 1985.
- [46] GROHMANN K. et HECHTFISCHER D., "Self calibrating cryo current comparators for ac applications", *IEEE Trans. I&M*, **33**, 91-96, 1984.
- [47] SEPPÄ H. et SATRAPINSKI A., "AC resistance bridge based on the cryogenic current comparator", *IEEE Trans. I&M*, **46**, 463-466, 1997.
- [48] DELAHAYE F., "An ac-bridge for low frequency measurements of the quantized Hall resistance", *IEEE Trans. I&M*, **40**, 883-888, 1991.
- [49] BARTOLOMÉ E., "Cryogenic current comparators with optimum SQUID readout for current and resistance quantum metrology", *Thèse de Doctorat*, Université de Twente, Pays Bas, 2002.
- [50] RIETVELD G., BARTOLOMÉ H., SESÉ J., DE LA COURT P., FLOKSTRA J., RILLO C. et CAMON A., "1 :30 000 cryogenic current comparator with optimum SQUID readout", *IEEE Trans. I&M*, **52**, 621-625, 2003.
- [51] ELMQUIST R.E., HOURDAKIS E., JARRET D.G. et ZIMMERMAN N.M., "Direct resistance comparisons from the QHR to 100 MΩ using a cryogenic current comparator", *IEEE Trans. I&M*, **54**, 525-528, 2005.
- [52] DRUNG D. et MÜCK M., "SQUID Electronics", Chapitre 4 dans "The SQUID Handbook", Vol. 1, John Clark et Alex I. Braginski (Editeurs), Wiley-VCH Verlag GmbH&Co, KGaA, Weinheim, 2004.
- [53] DELAHAYE F. et BOURNAUD D., "Accurate AC measurements of standard resistors between 1Hz and 20 Hz", *IEEE Trans. I&M*, **42**, 287-291, 1993.
- [54] PIQUEMAL F., « L'effet Hall quantique en métrologie », *Bulletin du BNM*, **116**, 5-57, 1999.
- [55] JECKELMANN B. et JEANNERET B., "The quantum Hall effect as an electrical resistance standard", *Rep. Prog. Phys.*, **64**, 1603-1655, 2000.
- [56] DELAHAYE F., JECKELMANN B., "Revised technical guidelines for reliable DC measurements of the quantized Hall resistance", *Metrologia*, **40**, 217-223, 2003.
- [57] HARTLAND A., JONES K., WILLIAMS J.M., GALLAGHER B.L. et GALLOWAY T., "Direct comparison of the quantized Hall resistance in gallium arsenide and silicon", *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 969-973, 1991.
- [58] JECKELMANN B., INGLIS A.D. et JEANNERET B., "Material, device, and step independence of the quantized Hall resistance", *IEEE Trans. I&M*, **44**, 269-272, 1995.
- [59] Les données sont accessibles sur le site internet du BIPM: <http://bipm.fr/>
- [60] DELAHAYE F., WITT T., PIQUEMAL F. et GENEVÈS G., "Comparison of quantum Hall effect resistance standards of the BNM-LCIE and the BIPM", *IEEE Trans I&M*, **44**, 258-261, 1995.
- [61] DELAHAYE F., WITT T., JECKELMANN B. et JEANNERET B., "Comparison of quantum Hall effect resistance standards of the OFMET and the BIPM", *Metrologia*, **32**, 385-388, 1996.
- [62] DELAHAYE F., WITT T., PESEL E., SCHUMACHER B. et WARNECKE P., "Comparison of quantum Hall effect resistance standards of the PTB and the BIPM", *Metrologia*, **34**, 211-214, 1997.
- [63] DELAHAYE F., WITT T., ELMQUIST R. et DZIUBA R.F., "Comparison of quantum Hall effect resistance standards of the NIST and the BIPM", *Metrologia*, **37**, 173-176, 2000.
- [64] SATRAPINSKI A., SEPPÄ H., SCHUMACHER B., WARNECKE P., DELAHAYE F., POIRIER W. et PIQUEMAL F., "Comparison of four QHR systems within one month using a temperature and pressure stabilized 100 Ω resistor", *IEEE Trans. I&M*, **50**, 238-241, 2001.
- [65] NAKANISHI M., KINOSHITA J., ENDO T., ZHANG Z., SHAO H., HE Q. et LIANG B., "Comparison of resistance standards between the National Institute of Metrology (China) and the Electrotechnical Laboratory (Japan)", *Metrologia*, **39**, 207-212, 2002.

- [66] CIPM, « Représentation de l'ohm au moyen de l'effet Hall quantique », Recommandation 2 (CI – 1988), 77<sup>e</sup> session, 1988.
- [67] PESEL E., SCHUMACHER B. et WARNECKE P., “Resistance scaling up to 1 M $\Omega$  with a cryogenic current comparator”, *IEEE Trans. I&M*, **44**, 273-275, 1995.
- [68] FLETCHER N., JANSSEN J.T. et WILLIAMS J., “A cryogenic current comparator based resistance bridge for the range 10 k $\Omega$  to 1 G $\Omega$ ”, dans *Proceedings of the British Electro-Magnetic Conference BEMC'01*, Harrogate, UK, 2001.
- [69] POIRIER W., BOUNOUH A., HAYASHI K., FHIMA H., PIQUEMAL F., GENEVÈS G. et ANDRÉ J.P., “ $R_K/100$  and  $R_K/200$  quantum Hall array resistance standards”, *J. Appl. Phys.*, **92**, 2844-2854, 2002.
- [70] POIRIER W., BOUNOUH A., PIQUEMAL F., ANDRÉ J. P., “A new generation of QHARS : Discussion about the technical criteria for quantization”, *Metrologia*, **41**, 285-294, 2004.
- [71] HARTLAND A., “The quantum Hall effect and resistance standards”, *Metrologia*, **29**, 175-190, 1992.
- [72] GEERLIGS L.J., ANDEREGG V.F., HOLWEG P.A., MOOIJ J.E., POTHIER H., ESTÈVE D. et DEVORET M.H., “Frequency-locked turnstile device for single electrons”, *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 2691-2694, 1990.
- [73] POTHIER H., LAFARGE P., ESTÈVE D., URBINA C. et DEVORET M.H., “Single electron pump based on charging effects”, *Europhys. Lett.*, **17**, 249-254, 1992.
- [74] *Single charge Tunneling Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures*, édité par Grabert H. and Devoret M. H., *Nato ASI series*, New York Plenum Press., **B294**, 1991.
- [75] DEVORET M.H., ESTÈVE D., LAFARGE P., POTHIER H., ORFILA P.F. et URBINA C., “L'électronique à un électron: état de l'art”, *Bulletin du BNM*, **86**, 7-25, 1991.
- [76] FELTIN N., DEVOILLE L., STECK B., PIQUEMAL F., ULYSSE C. et JIN Y., « Un nouvel outil pour la métrologie électrique : le dispositif à un électron », *Revue Française de Métrologie*, **2**, 11-34, 2005.
- [77] SHILTON J.M., TALYANSKII V.I., PEPPER M., RITCHIE D.A., FROST J.E.F., FORD C.J.B., SMITH C.G. et JONES A.C., “High-frequency single-electron transport in a quasi-one-dimensional GaAs channel induced by surface acoustic waves”, *Journal of Physics: Condensed Matter*, **8**, L531-L539, 1996.
- [78] LIKHAREV K. et ZORIN A., “Theory of the Bloch-wave Oscillations in small Josephson junctions”, *J. Low Temp. Phys.*, **59**, 347-382, 1985.
- [79] KELLER M.W., EICHENBERGER A.L., MARTINIS J.M. et ZIMMERMAN N.M., “A capacitance standard based in counting electrons”, *Science*, **285**, 1706-1709, 1999.
- [80] KELLER M.W., “Standards of current and capacitance based on single-electron tunneling devices”, dans *Recent Advances in Metrology and Fundamental Constants, FERMI School CXLVI*, Varenna, Italy, 291-316, 2001.
- [81] PIQUEMAL F. et GENEVÈS G., “Argument for a direct realization of the quantum metrological triangle”, *Metrologia*, **37**, 207-211, 2000.
- [82] PIQUEMAL F., BOUNOUH A., DEVOILLE L., FELTIN N., THEVENOT O. et TRAPON G., “Fundamental electrical standards and the quantum metrological triangle”, *C. R. Physique*, **5**, 857-879, 2004.
- [83] ELMQUIST R., ZIMMERMAN N.M. et HUBER W.H., “Using a high-value resistor in triangle comparisons of electrical standards”, *IEEE Trans. I&M*, **52**, 590-593, 2003.
- [84] HAMILTON C.A., BURROUGHS C.J. et KAUTZ R.L., “Josephson D/A converter with fundamental accuracy”, *IEEE Trans. I&M*, **44**, 223-225, 1995.
- [85] KELLER M.W., MARTINIS J.M., ZIMMERMAN N.M. et STEINBACH A.H., “Accuracy of electron counting using a 7-junction electron pump”, *Appl. Phys. Lett.*, **69**, 1804-1807, 1996.
- [86] HARTLAND A., “Development of a cryogenic current comparator for the measurement of small current”, dans *Proceedings of British Electro-Magnetic Conference BEMC'93*, UK, 18/1-18/4, 1993.
- [87] JANSSEN T.B.J.M. et HARTLAND A., “Accuracy of quantized single electron current in a one dimensional channel”, *Phys. B.*, **284-288**, 1790-1791, 2000.
- [88] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (1993), International Standardization Organisation (ISO), ISBN 92-67-10188-9
- [89] FELTIN N., DEVOILLE L. et PIQUEMAL F., “Contribution of LNE within the COUNT project”, dans *COUNT final report*, van den Brom, H., Coord., contract n° G6RD-CT 1999-00046 (non publié), 2004.
- [90] SEPPÄ H., SATRAPINSKI A., KIVIRANTA M. et VIRKKI V., “Thin-film cryogenic current comparator”, *IEEE Trans. I&M*, **48**, 365-369, 1999.
- [91] SESÉ J., CAMON A., RILLO C. et RIETVELD G., “Ultimate current resolution of a cryogenic current comparator”, *IEEE Trans. I&M*, **48**, 1306-1313, 1999.
- [92] DE WILDE Y., GAY F., PIQUEMAL F. et GENEVÈS G., “Measurements of single electron transistor devices combined with a CCC: progress report”, *IEEE Trans. I&M*, **50**, 231-234, 2001.
- [93] FELTIN N., DEVOILLE L., PIQUEMAL F., LOTKHOV S. et ZORIN A., “Progress in measurements of single electron pump by means of a CCC”, *IEEE Trans. I&M*, **52**, 599-603, 2003.
- [94] COVINGTON M., KELLER M.W., KAUTZ R.L. et MARTINIS J.M., “Noise-induced leakage and counting errors in the electron pump”, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, n°22, 5192-5195, 2000.
- [95] VION D., ORFILA P.F., JOYEZ P., ESTÈVE D. et DEVORET M.H., “Miniature electrical filters for single electron devices”, *J. Appl. Phys.*, **77**, 2519-2524, 1995.
- [96] ALLAN D.W., “Should the classical variance be used as a basic measure in standards metrology”, *IEEE Trans. I&M*, **36**, 646-654, 1987.
- [97] WITT T.J., “Testing for correlations in measurements”, dans *Advanced Mathematical and Computational techniques in Metrology IV*, Ciarlini, P., Paves, F. and Richter, D., Eds, Singapore: World Scientific, 273-288, 2000.

- [98] PETERS A., VODEL W., KOCH H., NEUBERT R., REEG H. et SCHROEDER C.H., A “Cryogenic Current Comparator for the absolute measurement of nA beams”, dans *AIP conference proceedings of the Eighth Beam Instrumentation Workshop*, Stanford, **451**, 163-180, 1998.
- [99] RATSCHKO D., ZHOU B.G., KNOLLE D. et GLAESER M., “Investigations on ion beams from a high current ion source”, *IEEE Trans. I&M*, **46**, 588-91, 1997.
- [100] WOLLMAN D.A., IRWIN K.D., HILTON G.C., DULCIE L.L., NEWBURY D.E. et MARTINIS J.M., “High-resolution energy-dispersive microcalorimeter spectrometer for x-ray microanalysis”, *J. Microscopy*, **223**, 1997.
- [101] ULLOM J.N., BEALL J.A., DOREISEW.B., DUNCAN W.D., FERREIRA L., HILTON G.C., IRWIN K.D., REINTSEMA C.D. et VALE L.R., “Optimized transition-edge x-ray microcalorimeter with 2.4 eV energy resolution”, soumis à *Appl. Phys. Lett.*, 2005.
- [102] DRURY O.B., TERRACOL S.F. et FRIEDRICH S., *Phys. Stat. Sol. (c)*, **2**, n°5, 1468-1479, 2005.
- [103] LOIDL M., LEBLANC E., BRANGER T., ROTZINGER H., DANIYAROV T., LINCK M., FLEISCHMANN A. et ENSS C., “Feasibility study of absolute activity measurement with metallic magnetic microcalorimeters”, dans *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Workshop on Low Temperature Detectors (LTD-10)*, Genoa, Italy, 7611 July 2003, *Nucl. Instr. & Meth. A*, **520**, 73-75, 2004.
- [104] IRWIN K. D., HILTON G. C., MARTINIS J. M., DEIKER S., BERGREN N., NAM S. W., RUDMAN D. A., WOLLMAN D. A., “A Mo-Cu superconducting transition-edge microcalorimeter with 4.5 eV energy resolution at 6 keV”, *Nucl. Instr. & Meth. A*, **444**, 184-187, 2000.
- [105] IRWIN K.D., NAM S.W., CABRERA B., CHUGG B., PARK G.S., WELTY R.P. et MARTINIS J.M., “A Self-Biasing Cryogenic Particle Detector Utilizing Electrothermal Feedback and a SQUID Readout”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **5(2)**, 2690-2693, 1995.
- [106] WELTY R.P. et MARTINIS J.M., “Two-stage integrated SQUID amplifier with series array output”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **3**, n°1, 2605-2608, 1993.
- [107] ENSS C., FLEISCHMANN A., HORST K., SCHÖNEFELD J., SOLLNER J., ADAMS J.S., HUANG Y.H., KIM Y.H. et SEIDEL G.M., “Metallic magnetic calorimeters for particle detection”, *J. Low Temp. Physics*, **121**, 137- 175, 2000.
- [108] FLEISCHMANN A., LINCK M., DANIYAROV T., ROTZINGER H., ENSS C. et SEIDEL G.M., “Metallic magnetic calorimeters (MMC): detectors for high-resolution X-ray spectroscopy”, dans *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Workshop on Low Temperature Detectors (LTD-10)*, Genoa, Italy, 7611 July 2003, *Nucl. Instr. & Meth. A*, **520**, 27-31, 2004.
- [109] FLEISCHMANN A., DANIYAROV T., ROTZINGER H., LINCK M. et ENSS C., “Magnetic calorimeters for high-resolution x-ray spectroscopy”, *Rev. Sci. Instrum.*, **74**, 3947-3954, 2003.
- [110] DAY P., HAHN I., TALSO C.P., CHUI, HARTER A.W., ROWE D. et LIPA J.A., “The fluctuation-imposed limit for temperature measurement”, *J. Low Temp. Phys.*, **107**, 359-70, 1997.
- [111] WEBB R.A., GIFFARD R.P. et WHEATLEY J.C., “Noise thermometry at ultralow temperatures”, *J. Low Temp. Phys.*, **13**, 383-429, 1973.
- [112] LUSHER C.P., JUNYUN LI, MAIDANOV V.A., DIGBY M.E., DYBALL H., CASEY A., NYÉKI J., DMITRIEV V.V., COWAN B.P. et SAUNDERS J., “Current sensing noise thermometry using a low T<sub>c</sub> DC SQUID preamplifier”, *Meas. Sci. Technol.* **12** 1-15, 2001.
- [113] KAMPER R.A. et ZIMMERMAN J.E., “Noise thermometry with the Josephson effect”, *J. Appl. Phys.*, **42**, 132-136, 1971.
- [114] HUDSON R. P., MARSHAK H., SOULEN R. J., UTTON D. B., “Recent advances in thermometry below 300 mK”, *J. Low Temp Phys.*, **20**, 1-102, 1975.
- [115] LEE R.A.M., MACFARLANE J., ROMANS E., LING HAO, PEDEN D. et GALLOP J. “Quantum Roulette Noise Thermometer: progress and prospects”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **11**, 859-862, 2001.
- [116] KAMPER R.A., SIMMONDS M.B., ADAIR R.T. et HOER C.A., “A new technique for rf measurements using superconductors”, dans *Proceedings of IEEE*, **61**, 121-122, 1973.
- [117] SULLIVAN D.B., ADAIR R. et FREDERICK N.V., “RF instrumentation based on superconducting quantum interference”, dans *Proceedings of IEEE*, **66**, 454-463, 1978.
- [118] PETLEY B. W., MORRIS K., YELL R. W. et CLARKE R. N., “Moulded microwave SQUID for RF attenuation calibration”, *Electron. Lett.*, **12**, 237-238, 1976.
- [119] SEPPÄ H., “Some new aspects concerning the X band SQUID for the measurement of RF attenuation”, *IEEE Trans. I&M*, **32**, 253-259, 1983.
- [120] IL'ICHEV E., ZAKOSARENKO V., ISSSELSTEIJN R., SCHULTZE V., MEYER H., HOENIG H., HILGENKAMP H. et MANNHART J., “Nonsinusoidal Current-Phase Relationship of Grain Boundary Josephson Junctions in High-T<sub>c</sub> Superconductors”, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 894-897, 1998.
- [121] GALLOP J.C. et RADCLIFFE W.J., “An absolute SQUID magnetometer”, *IEEE Trans. Magn.*, **21** n° 2, 602-605, 1985.
- [122] KETCHEN M.B. et al., “Design, fabrication, and performance of integrated miniature SQUID susceptometers”, *IEEE Trans. Magn.*, **25** n° 2, 1212-1215, 1989.
- [123] NARASIMHAN L.R. et al, “Magnetic resonance of a small platinum particle using an integrated DC SQUID”, *Appl. Phys. Lett.*, **65**, n° 10, 1305-1307, 1994.
- [124] RUGAR D., BUDAKIAN R., MAMIN H.J. et CHUI B.W., “Single spin detection by magnetic resonance force microscopy”, *Nature*, **430**, 329-32, 2004.
- [125] TESCHE C.D. et CLARKE J., DC SQUID: “Noise and Optimization”, *J. Low Temp. Phys.*, **29**, 301-331, 1977.
- [126] JAMET M., WERNSDORFER W., THIRION C., MAILLY D., DUPUIS V., MÉLINON P. et PÉREZ A., “Magnetic Anisotropy of a Single Cobalt Nanocluster”, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 4676-9, 2001.

- [127] FLETCHER N.E., EBEBECKE J., JANSSEN T.J.B.M., AHLERS F., PEPPER M., BEERE H.E. et RITCHIE D.A., "Quantized acoustoelectric current transport through a static quantum dot using a surface acoustic wave", *Phys. Rev. B*, **68**, 245310/1-3, 2003.
- [128] ZORIN A.B., LOTKHOV S.V., BOGOSLOVSKY S.A. et NIEMEYER J., "Radio-frequency-driven motion of single Cooper pairs across the superconducting single-electron transistor with dissipative environment", *cond-mat/0105211*, 2001.
- [129] NISKANEN A.O., PEKOLA J.P. et SEPPÄ H., "Fast and accurate single-island charge pump: Implementation of a Cooper pair pump", *Phys. Rev. Lett.*, **91**, n°17, 177003/1-4, 2003.
- [130] BORDÉ C., communication privée
- [131] BLOYET D. et GUNTHER C., « Les SQUID et leurs applications », *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*, **R928**, 1-14, 1996.
- [132] "SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications", Harold Weinstock (Editeur), Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [133] GALLOP J.C., "SQUIDS, the Josephson Effects and Superconducting Electronics" Adam Hilger series on Measurement Science and Technology, Adam Hilger, Bristol, 1990.
- [134] JOSEPHSON B. "Possible new effects in superconductive tunneling", *Phys. Lett.*, **1**, 251-253, 1962
- [135] LO-HIVE J.P. et GENEVÈS G., « Effet Josephson et métrologie du volt au BNM/LCIE », *Bulletin du BNM*, **93**, 17-26, 1993.
- [136] STEWART W.C., "Current-voltage characteristics of Josephson junction", *Appl. Phys. Lett.*, **12**, 277-280, 1968.
- [137] MC CUMBER D.E., "Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of Josephson junctions", *J. of Appl. Phys.*, **39**, 3113-3118, 1968.
- [138] CLARK J., GOUBAU W.M. et KETCHEN M.B., "Tunnel junction dc SQUID: fabrication, operation and performance", *J. Low Temp. Phys.*, **25**, 99-144, 1976.
- [139] GIFFARD R.P., WEBB R.A. et WHEATLEY J.C., "Principles and methods of low-frequency electric and magnetic measurements using an RF-biased point contact superconducting device", *J. Low Temp. Phys.*, **6**, 533-610, 1972.
- [140] BRAGINSKI A. et ZHANG YI, "Practical RF SQUIDS: Configuration and Performance", Chapitre 6 dans "The SQUID Handbook", Vol. 1, John Clark et Alex I. Braginski (Editeurs), Wiley-VCH Verlag GmbH&Co, KGaA, Weinheim, 2004.